

ZÉ MOREIRA
O ENSINO SEM DISTÂNCIA

CONCEITOS BÁSICOS DE /
MATEMÁTICA

MÉTODO DINÂMICO
DE ENSINO

AULA 1

MATEMÁTICA BÁSICA **AS 4 OPERAÇÕES**

DIVISÃO

Dividendo

Divisor

Quociente

RESTO

1296

64

4812

240

7209

360

MATEMÁTICA

CONTAS DE DIVIDIR COM VÍRGULA

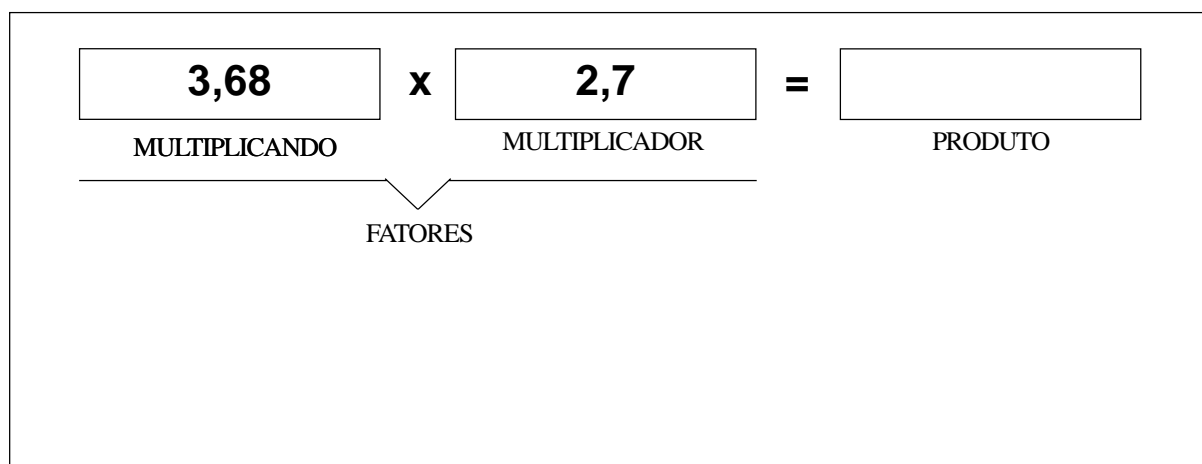
1,25

2,5

3

5000

MULTIPLICAÇÃO



LEMBRE QUE

- A ordem dos fatores não altera o produto.
- Elemento **neutro** da multiplicação: o 1.
- O multiplicando e o multiplicador são chamados FATORES.

ADIÇÃO / SUBTRAÇÃO

Para somarmos ou diminuirmos um número real colocamos vírgula embaixo de vírgula

$$2,05 + 11,3 + 300,075 +$$

$$2527,15 + 30209,036$$

$$1 - 0,30103$$

$$5,00600 - 2,30257$$

AULA 2

MATEMÁTICA BÁSICA

**SISTEMAS LEGAL
DE MEDIDAS**

MEDIDAS DE TEMPO

UNIDADES DE TEMPO

8,30 h

Lembre que:

6,40h =

7,20h =

8,90h =

4,70h =

9,50 h

PROBLEMA DE APLICAÇÃO

Os irmãos metralhas assaltam um banco e fogem por uma estrada retilínea com velocidade de 100 km/h.

A fuga inicia exatamente às 18,30h.

A polícia inicia a perseguição às 18,40h.

Em quanto tempo a polícia alcança os bandidos?

1 MÊS COMERCIAL = 30 DIAS**0,1 MÊS=**

3,2 MESES:

2,7 MESES:

1 ANO COMERCIAL = 360 DIAS**0,1 ANO=**

2,6 ANOS:

TRANSFORMAÇÃO INVERSA:

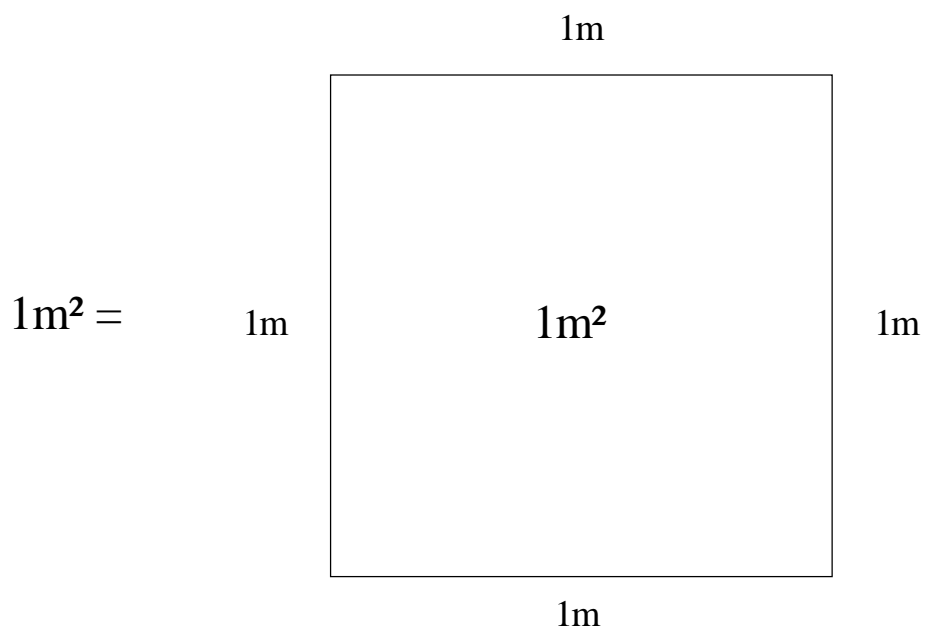
COMENTÁRIOS:

AULA 3

MATEMÁTICA BÁSICA

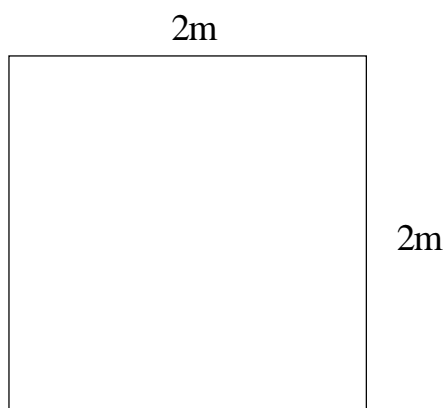
**COMENTÁRIOS
SOBRE SISTEMAS
DE MEDIDAS**

MATEMÁTICA



Desenhe 2m^2

ATENÇÃO: NÃO CONFUNDIR QUADRADO DE 2m por 2m com 2m^2



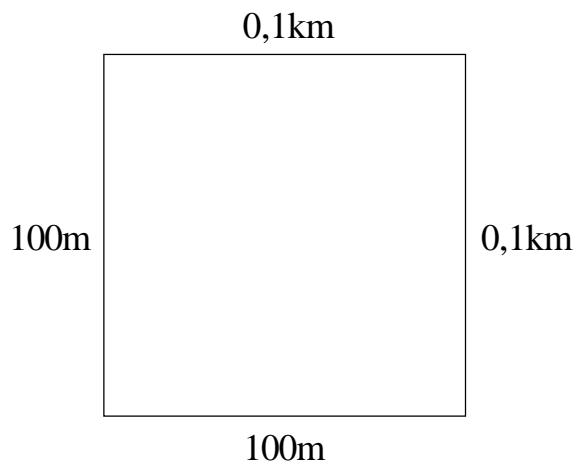
0,1. km²

COMENTÁRIOS:

$$1\text{km} = 1000\text{ m}$$

$$0,1\text{km} = 100\text{m}$$

$$(0,1\text{km})^2 = 0,1\text{km} \times 0,1\text{km} = 100\text{m} \times 100\text{m}$$

**ATENÇÃO: ORDEM DAS OPERAÇÕES**

$$2 + 3 \times 5$$

$$12 \div 2 \times 3$$

ORDEM DAS OPERAÇÕES

| | |
|-------------|------------|
| POT | RAD |
| MULT | DIV |
| SOM | SUB |

DICA

Quando as operações são de
“mesmo nível” _____

$$2 + 3.5 + \frac{6.8^2}{2}$$

O que pesa mais: 1kg de algodão na terra ou
1kg de chumbo na lua?

PESO =

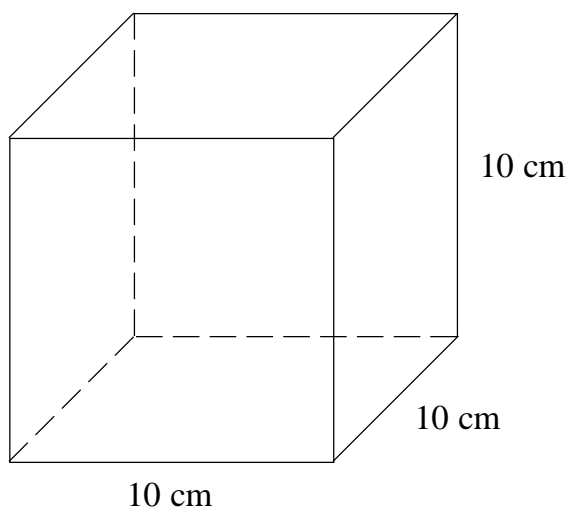
Aqui na sala de aula, nas mesmas condições gravitacionais,
o que PESA mais:

A) 1 litro de água ou 1 litro de chumbo?

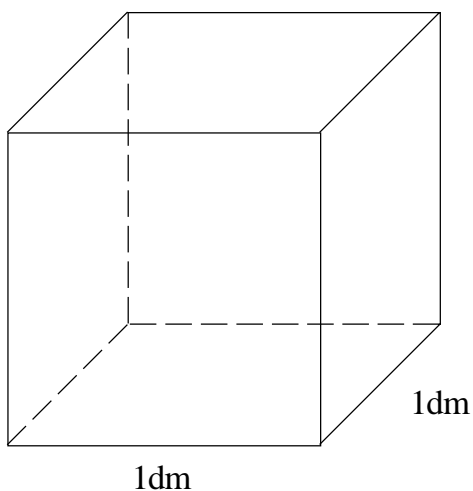
B) 1 litro de água ou 1 litro de açúcar?

C) 1 litro de água ou 1 litro de milho para galinha?

1 LITRO =



1L =



1L

1m³ =

COMENTÁRIOS

1 LITRO DE OURO PESA _____

1 LITRO DE ÁGUA DESTILADA A 4°C SOB PRESSÃO
NORMAL PESA _____

INVESTIGAÇÃO:

Quanto pesa:

- A) 1 LITRO DE CHUMBO?
- B) 1 LITRO DE FERRO?
- C) 1 LITRO DE MERCÚRIO (Hg)?

COMENTÁRIOS:

AULA 4

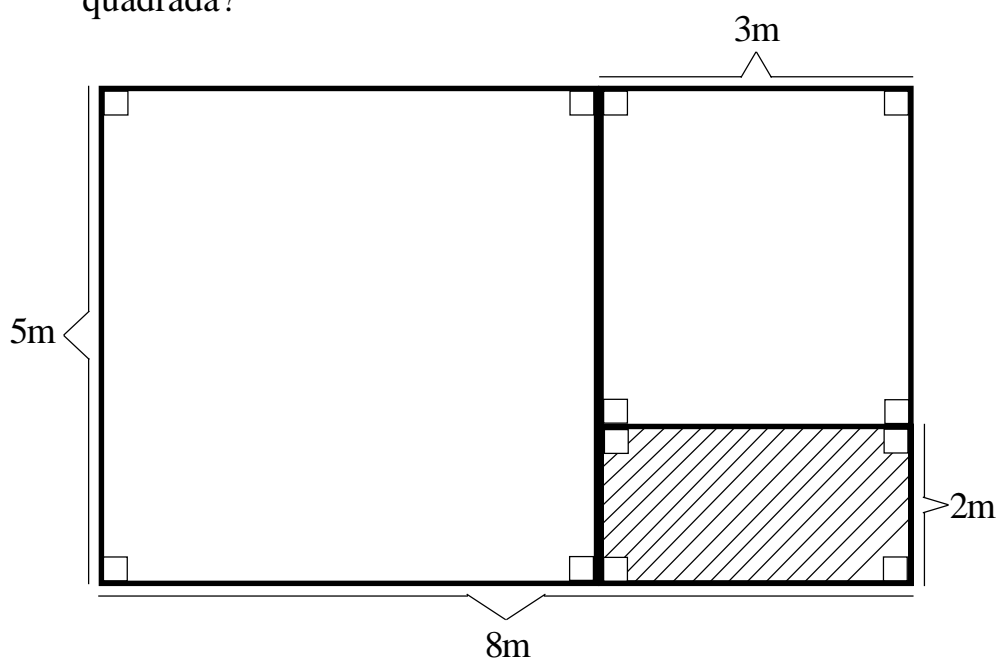
MATEMÁTICA BÁSICA
**SISTEMAS DE
MEDIDAS**
PROBLEMAS

1) Quais as dimensões de um quadrado de 2m^2 ?

- A) $2\text{m} \times 2\text{m}$
- B) $2\text{m} \times 1\text{m}$
- C) $1,5\text{m} \times 1,5\text{m}$
- D) $4\text{m} \times 0,5\text{m}$
- E) NRA

2) Qual o perímetro de um quadrado de 2m^2 ?

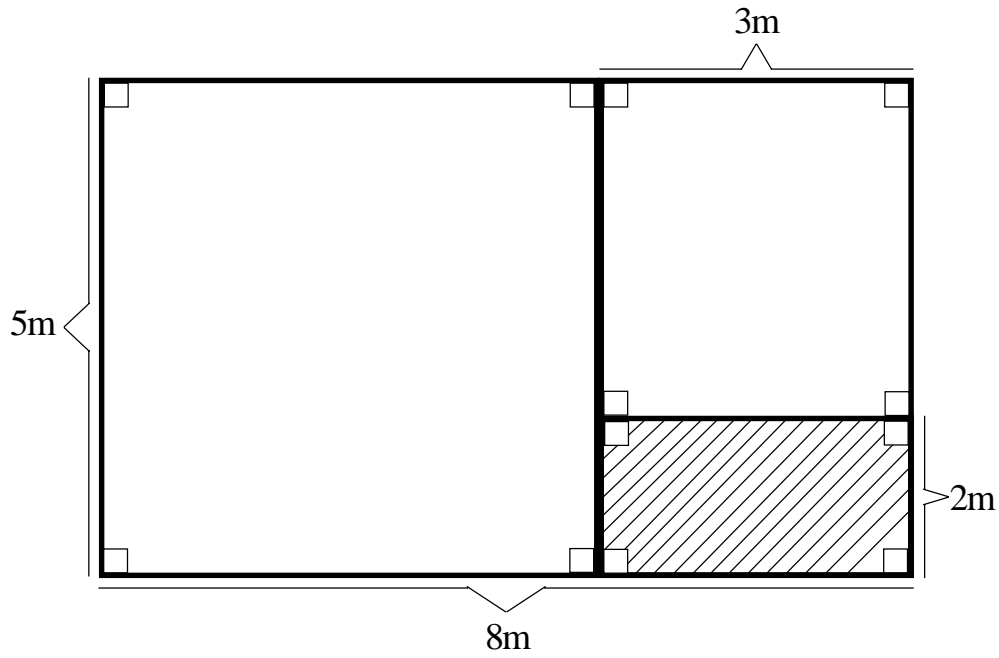
3) Determine o perímetro da MENOR SALA quadrada?



- A) 6m
- B) 8m
- C) 9m
- D) 10m
- E) 12m
- F) 25m
- G) 20m

COMENTÁRIOS

Qual o perímetro da menor sala?



AULA 5

MATEMÁTICA BÁSICA
TRANSFORMAÇÕES
PROIBIDAS E
PERMITIDAS NA
MATEMÁTICA

SIMPLIFICAÇÃO

$$\frac{2x + 4y + 6z}{2}$$

$$\frac{2x \cdot 4y \cdot 6z}{2}$$

RECORDAÇÃO DE FRAÇÕES

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$$

$$\frac{2x}{2} + \frac{4y}{2} + \frac{6z}{2} =$$

SIMPLIFICAÇÃO

CUIDADO!

$$\frac{2x + 3y}{2}$$

$$\frac{2x \cdot 3y}{2}$$

QUESTÃO PROPOSTA

Simplifique

$$\frac{10x + 10y}{10x}$$

COMENTÁRIOS

$$\frac{10x + 10y}{10x}$$

$$\frac{x + y}{x}$$

$$\frac{x \cdot y}{x}$$

FATORAÇÃO

Fatorar uma expressão é mudar sua forma de SOMA ALGÉBRICA para PRODUTO.

Uma das maneiras de FATORAR uma expressão é através da COLOCAÇÃO EM EVIDÊNCIA DE UM FATOR COMUM.

ASSIM:

$$ax + bx$$

$$ty + tk$$

SINAL NEGATIVO ANTES DE PARÊNTESES

$$-(-5) =$$

QUESTÃO PROPOSTA

$$-\left(\frac{x - y}{-k + w}\right)$$

COMENTÁRIO

$$\begin{array}{l} \frac{3}{7} \\ \swarrow \\ -\left(\frac{3}{7}\right) \end{array}$$

QUESTÃO PROPOSTA

Simplifique:

$$\frac{x - y}{-x + y}$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ANOTAÇÕES SOBRE O ARTIFÍCIO MATEMÁTICO

$$A.B.(-1) (-1)$$

$$-1.A.B.-1$$

QUESTÕES PROPOSTAS

AULA 6

MATEMÁTICA BÁSICA

SISTEMA LEGAL DE MEDIDAS

UNIDADES DE COMPRIMENTO, MASSA,
SUPERFÍCIE E VOLUME

SISTEMA MONETÁRIO BRASILEIRO**UNIDADES DE COMPRIMENTO**

| | | | | | | |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|

MÚLTIPLOS

SUB-MULTIPLOS

UNIDADES DE MASSA

| | | | | | | |
|-----------|-----------|------------|----------|-----------|-----------|-----------|
| kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|-----------|-----------|------------|----------|-----------|-----------|-----------|

UNIDADES DE VOLUME

| | | | | | | |
|-----------|-----------|------------|----------|-----------|-----------|-----------|
| kL | hL | daL | L | dL | cL | mL |
|-----------|-----------|------------|----------|-----------|-----------|-----------|

UNIDADES DE SUPERFÍCIE

| | | | | | | |
|---------------|---------------|----------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| km^2 | hm^2 | dam^2 | m^2 | dm^2 | cm^2 | mm^2 |
|---------------|---------------|----------------|--------------|---------------|---------------|---------------|

UNIDADES DE VOLUME

| | | | | | | |
|---------------|---------------|----------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| km^3 | hm^3 | dam^3 | m^3 | dm^3 | cm^3 | mm^3 |
| | | | | | | |
| kL | hL | daL | L | dL | cL | mL |

```
graph TD; m3[m³] --- kL[kL]; dm3[dm³] --- L[L]; cm3[cm³] --- mL[mL];
```


PRÁTICA

TRANSFORME NAS DEMAIS UNIDADES:

UNIDADES DE COMPRIMENTO

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|------|-----|-------|---|------|------|--------|
| 2,75 | | | | | | |
| | 368 | | | | | |
| | | 0,045 | | | | |
| | | | 6 | | | |
| | | | | 0,25 | | |
| | | | | | 2648 | |
| | | | | | | 475,15 |

PRÁTICA

TRANSFORME NAS DEMAIS UNIDADES:

UNIDADES DE MASSA

| kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|-------|-------|-------|----|------|-----|-----|
| 0,125 | | | | | | |
| | 360,5 | | | | | |
| | | 15,64 | | | | |
| | | | 25 | | | |
| | | | | 0,75 | | |
| | | | | | 745 | |
| | | | | | | 500 |

PRÁTICA

TRANSFORME NAS DEMAIS UNIDADES:

UNIDADES DE VOLUME (LITRO COMO PARÂMETRO)

| kL | hL | daL | L | dL | cL | mL |
|-------|------|------|------|------|----|-----|
| 0,024 | | | | | | |
| | 6584 | | | | | |
| | | 25,8 | | | | |
| | | | 4,75 | | | |
| | | | | 8272 | | |
| | | | | | 33 | |
| | | | | | | 285 |

PRÁTICA

TRANSFORME NAS DEMAIS UNIDADES:

UNIDADES DE SUPERFÍCIE OU ÁREA

| km^2 | hm^2 | dam^2 | m^2 | dm^2 | cm^2 | mm^2 |
|---------------|---------------|----------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 1250 | | | | | | |
| | 0,0072 | | | | | |
| | | 4 | | | | |
| | | | 2,5 | | | |
| | | | | 536 | | |
| | | | | | 81 | |
| | | | | | | 10.000 |

PRÁTICA

TRANSFORME NAS DEMAIS UNIDADES:

UNIDADES DE VOLUME (m^3 como parâmetro)

| km^3 | hm^3 | dam^3 | m^3 | dm^3 | cm^3 | mm^3 |
|--------|--------|---------|-------|--------|--------|---------|
| 0,0018 | | | | | | |
| | 12 | | | | | |
| | | 8 | | | | |
| | | | 36 | | | |
| | | | | 5 | | |
| | | | | | 3500 | |
| | | | | | | 175.325 |

PRÁTICA

TRANSFORME

① 1250 kL em

_____ m³

_____ dm³

_____ cm³

② 400cm²

_____ mm²

_____ m²

_____ hm²

_____ dm²

③ 25dm³

_____ L

_____ mL

_____ daL

_____ dL

④ 36,25kg

_____ g

_____ hg

_____ mg

⑤ 128,75dam

_____ km

_____ m

_____ cm

⑥ É possível transformar de m² para m³?

ANOTAÇÕES

AULA 7

MATEMÁTICA BÁSICA

POTÊNCIAS DE DEZ E NOTAÇÃO CIENTÍFICA

$$50.000 \times 1$$

$$50.000 \times 10^1$$

COMENTÁRIO

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

$$L \times 10^N$$

ATENÇÃO:

$$1 \leq L < 10$$

Destacamos 4 casos básicos:

| | |
|--|---|
| Ⓐ 3456×10^8 | Ⓒ $5438,25 \times 10^{-12}$ |
| Ⓑ $0,0028 \times 10^{15}$ | Ⓒ $0,000037 \times 10^{-20}$ |

PRÁTICA**Ⓐ 583 000 000****COMENTÁRIOS**

| | | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| km² | hm² | dam² | m² | dm² | cm² | mm² |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|

PRÁTICA**B** 0,0000043**REGRA DE SINAIS****① SOMA ALGÉBRICA**

A $+3 + 4 =$

B $+9 - 2 =$

C $-7 - 8 =$

A $4 - 11 =$

NÚMEROS DE MESMO SINAL

NÚMEROS DE SINAL CONTRÁRIO**② MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO****NÚMEROS DE MESMOS SINAIS**

$$+3x - 7 =$$

$$\frac{42}{3} =$$

$$-4x - 6 =$$

$$\frac{-54}{-18} =$$

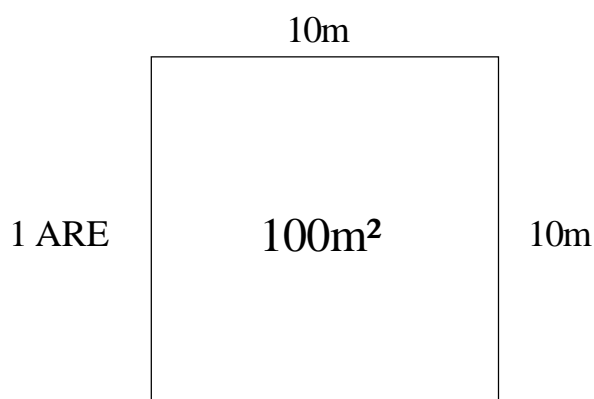
REGRA:**NÚMEROS DE SINAIS CONTRÁRIOS**

$$(+7) \times (-8)$$

$$\frac{-63}{7} =$$

REGRA:

MEDIDAS AGRÁRIAS



MÚLTIPLO

SUB-MÚLTIPLO

MATEMÁTICA

2ha 7ares 3ca

AULA 8

MATEMÁTICA BÁSICA
**CONJUNTOS
NUMÉRICOS**

NÚMEROS NATURAIS

$$\mathbf{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

NÚMEROS INTEIROS

Também chamados INTEIROS RELATIVOS. São os NATURAIS e também seus opostos.

$$\mathbf{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

NÚMEROS RACIONAIS

São aqueles que podem ser representados na forma de fração $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$, e ainda $a \in \mathbf{Z}$ e $b \in \mathbf{Z}$.

$$\mathbf{Q} = \{ \dots, -2, \dots, -3/2, -1, 0, 5/9, 1, 3/7, \dots \}$$

NÚMEROS IRRACIONAIS

São todos aqueles que não podem ser obtidos como quocientes de dois números inteiros. São exemplos de números Irracionais (**I**):

$$p = 3,1415926\dots \text{ (Pi)}$$

$$e = 2,7182818\dots \text{ (número de Euler)}$$

$$\sqrt{2} = 1,4142135$$

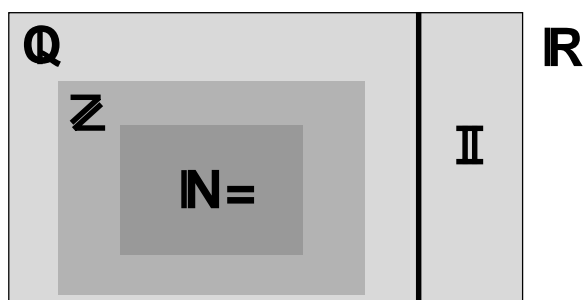
$$\sqrt{3} = 1,7320508$$

NÚMEROS REAIS

O conjunto de números REAIS é a UNIÃO entre o conjunto dos números RACIONAIS e o conjunto dos números IRRACIONAIS.

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I}$$

ESQUEMÁTICAMENTE



NOMENCLATURA MAIS USADA

- R_+ Todos os REAIS POSITIVOS E O ZERO
- R_- Todos os REAIS NEGATIVOS E O ZERO
- R_* Todos os REAIS, EXCETO O ZERO
- R^+ Somente os REAIS POSITIVOS
- R^- Somente os REAIS NEGATIVOS
- N_* NÚMEROS NATURAIS, EXCETO O ZERO

OBS: O “ZERO” NÃO É NEM POSITIVO E NEM NEGATIVO

ATENÇÃO

Os seguintes números são RACIONAIS

| | | |
|--------------|--------------|----------------|
| 0,333... | 0,555... | 0,777... |
| 0,212121... | 0,363636... | 0,234234234... |
| 0,32222... | 0,4818181... | 0,7242424... |
| 0,34555... | 0,7833333... | 0,54636363... |
| 0,9562222... | 0,2345555... | 0,234565656... |

DÍZIMAS PERIÓDICAS

Dica: “ DA DUPLA PERU E PERI, SAIU O PERU”

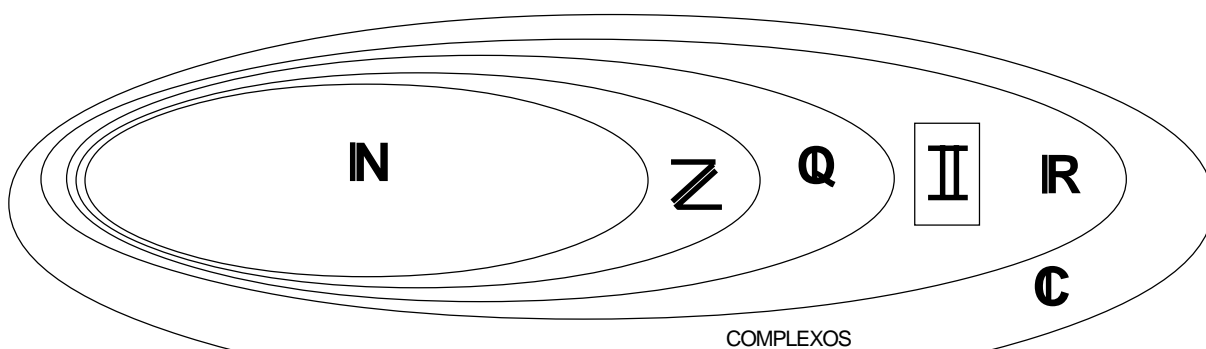
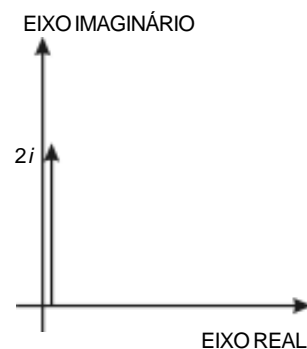
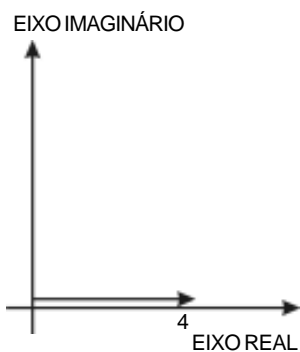
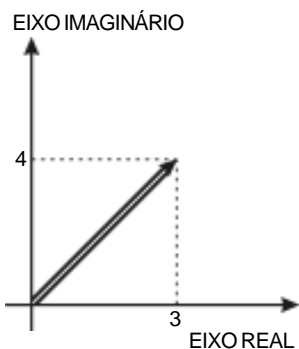
NÚMEROS COMPLEXOS

C São números da forma

$$\underbrace{a}_{\text{Parte Real}} + \underbrace{bi}_{\text{Imaginária}}, \text{ onde } a \text{ e } b \text{ são NÚMEROS REAIS}$$

$$\text{e } \underbrace{i}_{\text{Parte Imaginária}} = \sqrt{-1}$$

ANOTAÇÕES DA VÍDEO-AULA



NÚMEROS PRIMOS

São os números NATURAIS que admitem EXATAMENTE DOIS DIVISORES DISTINTOS (ELE PRÓPRIO E A UNIDADE).

EXEMPLO: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,,,,

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

São aqueles que o ÚNICO DIVISOR COMUM É A UNIDADE.

EXEMPLO: 49 e 6 são primos entre si.

REGRA PRÁTICA

Se colocarmos o 49 e o 6 na forma fracionária $\frac{49}{6}$, não dá pra SIMPLIFICAR por nenhum número.

É uma **FRAÇÃO IRREDUTÍVEL**.

Então dizemos que o 49 e o 6 são PRIMOS ENTRE SI (Embora não sejam individualmente PRIMOS).

NÚMEROS QUE COMPÕE UMA FRAÇÃO IRREDUTÍVEL SÃO PRIMOS ENTRE SI.

EXERCÍCIOS

AULA 9

MATEMÁTICA BÁSICA

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM E MÁXIMO DIVISOR COMUM

MÚLTIPLO

Um número **A** é múltiplo de um número **B** se o quociente for um número inteiro e o resto é **ZERO**.

Exemplo: 12 é múltiplo de 4?

Contra-Exemplo: 9 é múltiplo de 4?

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

4, 6, 7, 9

EXEMPLO 1

Joãozinho visita Maria de 8 em 8 dias. Pedrinho visita Maria de 9 em 9 dias. Carlinhos visita Maria de 12 em 12 dias. No dia 18 de julho fizeram um FESTINHA, TODOS na casa da Maria. Quando será a próxima data em que TODOS visitarão juntos Maria?

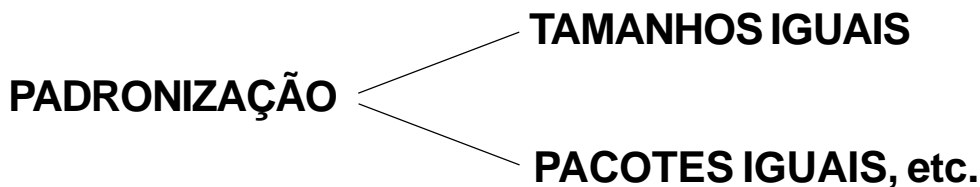
EXEMPLO 2

Suponha que o cometa X atinja a distância mínima em relação à Terra a cada 20 anos, que um cometa Y o faça a cada 30 anos e que um cometa Z atinja a distância mínima em relação à Terra a cada 70 anos. Se em 1985 os 3 cometas estiveram simultaneamente no ponto mais próximo da Terra, então isso ocorrerá novamente no ano de:

- A) 420
- B) 2105
- C) 2405
- D) 2600
- E) 3205

MÁXIMO DIVISOR COMUM

Para reconhecermos um problema de MDC devemos observar que o mesmo fará referência à:



MAIOR TAMANHO POSSÍVEL
OU
MENOR NÚMERO DE “PEDAÇOS”

Não há sobras

EXEMPLO

Dispomos de ROLOS DE ARAME de 180m, 252m e 324m. Desejamos fabricar rolinhos de mesmo tamanho, e do MAIOR tamanho possível a partir dos três rolos citados. Se não há sobras, qual o tamanho de cada rolinho e quantos rolinhos obtemos?

PROBLEMAS

- 01)** Determine o M.M.C.
 A) 3, 4 e 6
 B) 3 e 5
 C) 5, 6 e 10
 D) xy e yz
 E) $(x+1)$ e $(x-1)$
 F) ab e a
- 02)** Determine o M.D.C. de: 24, 40 e 72
- 03)** Um trem A parte de uma cidade a cada 6 dias. Um trem B parte de mesma cidade a cada 9 dias. Se A e B partirem juntos, voltarão a fazê-lo novamente depois de
 A) 54 dias
 B) 18 dias
 C) 15 dias
 D) 36 dias
- 04)** O M.D.C. de dois números A e B é $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7$. Sendo $A = 2^x \cdot 3^4 \cdot 5^z \cdot 7$ e $B = 2^6 \cdot 3^y \cdot 5^5 \cdot 7$, então $x \cdot y \cdot z$ é igual a
 A) 20
 B) 80
 C) 60
 D) 40
 E) 11
- 05)** Três automóveis A, B e C completam o circuito respectivamente em 10s, 12s, e 15s. Se partem juntos do mesmo ponto, após quanto tempo passarão juntos novamente pelo ponto de partida? E quantas voltas cada um terá dado nesse tempo?
- 06)** Uma pessoa deve tomar um remédio de 4 em 4 dias, um segundo remédio de 5 em 5 dias e um terceiro de 10 em 10 dias. Tomando simultaneamente todos os remédios no primeiro dia, o fato se repetirá depois de
 A) 200 dias
 B) 20 dias
 C) 9 dias
 D) 30 dias
 E) 90 dias
- 07)** Dispomos de algumas tábuas de 2,40m de comprimento, outras de 3m de comprimento e ainda algumas de 5,40m de comprimento, todas de mesma largura. Como devemos dividi-las para obtermos pedaços de mesmo tamanho e de maior comprimento possível?
- 08)** Em uma olimpíada um 1º atleta dá uma volta completa em 10 seg. Um 2º atleta dá uma volta completa em 11 seg. e um 3º atleta dá uma volta completa em 12 seg. Se eles partem ao mesmo tempo, do mesmo lugar, determine quantas voltas cada um terá dado, quando passarem juntos novamente pelo ponto de partida?
- 09)** Um colecionador de moedas possui mais de 250 moedas e menos de 800. Contando-as de 24 em 24, 63 em 63 ou 28 em 28, sempre sobram 8 moedas. Qual o número de moedas?
- 10)** Em uma rua, coincidem em um mesmo ponto, um poste, uma caixa de correios e uma lata de lixo. Nessa rua, os postes distam 50m um do outro; as caixas de correio estão separadas 80m uma de outra e as latas de lixo distam entre si 60m.
- 11)** Dispomos de 168 rosas brancas e 140 rosas vermelhas. Se quisermos fazer ramalhetes contendo rosas brancas e vermelhas, qual o maior número de ramalhetes e quantas rosas cada cor cada um poderá conter? (Não sobram rosas)
- 12)** Dispomos de 7 varas de ferro de 6m de comprimento; 12 varas de ferro de 9,6m de comprimento e 13 varas de ferro de 12m de comprimento. Desejando-se fabricar vigotas para laje pré-moldada, com 3 varas em cada vigota, pergunta-se:
 A) Sem emendar nenhum ferro, qual o tamanho máximo possível de cada vigota?
 B) Quantas vigotas obteríamos nessas condições?

Gabarito

- 01.** A) 12 B) 15 C) 30 D) xyz E) $(x+1) \cdot (x-1)$ F) ab
02. 8
03. B
04. D
05. 60 segundos - 6,5 e 4 voltas
06. B
07. 60cm
08. 66, 60 e 55
09. 512
10. A) 1200m B) 24 C) 15
11. 28 ramalhetes com 6 rosas brancas e 5 rosas vermelhas em cada um
12. A) 1,20m B) 87 vigotas

AULA 10

MATEMÁTICA BÁSICA

CORREÇÃO MMC E MDC RELAÇÃO MMC E MDC

PROBLEMA 8

[Empty space for the solution of Problema 8]

PROBLEMA 5

[Empty space for the solution of Problema 5]

PROBLEMA 10

A)

B)

C)

D)

[Empty space for the solution of Problema 10, divided into four horizontal sections corresponding to options A, B, C, and D]

PROBLEMA 9**PROBLEMA 12****RELAÇÃO ENTRE M.M.C e M.D.C.**

Dados os números A e B é válida a relação:

$$A \cdot B = \text{MMC} \cdot \text{MDC}$$

Exemplo 1:

O MMC entre os números A e B é 480 e o MDC entre eles é 40. Se A é $\frac{3}{4}$ de B, determine A e B:

Resposta: A=120 B=160

Exemplo 2:

O MMC entre dois números x e y é 180 e o MDC é 12. Determine esses números sabendo que um deles é 60% do outro.

Resposta: 60 e 36

NÚMERO DE DIVISORES DE UM NÚMERO

O total de divisores de um número é obtido somando (1) a cada expoente de seus fatores primos (na fatoração completa) e multiplicando os seus resultados encontrados.

Exemplo:

Quanto divisores tem o número 1200?

$$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$$

$$(4 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 30 \text{ divisores}$$

PROBLEMAS

- 01)** Determine o M.M.C.
 A) 3, 4 e 6
 B) 3 e 5
 C) 5, 6 e 10
 D) xy e yz
 E) $(x+1)$ e $(x-1)$
 F) ab e a
- 02)** Determine o M.D.C. de: 24, 40 e 72
- 03)** Um trem A parte de uma cidade a cada 6 dias. Um trem B parte de mesma cidade a cada 9 dias. Se A e B partirem juntos, voltarão a fazê-lo novamente depois de
 A) 54 dias
 B) 18 dias
 C) 15 dias
 D) 36 dias
- 04)** O M.D.C. de dois números A e B é $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7$. Sendo $A = 2^x \cdot 3^4 \cdot 5^z \cdot 7$ e $B = 2^6 \cdot 3^y \cdot 5^5 \cdot 7$, então $x \cdot y \cdot z$ é igual a
 A) 20
 B) 80
 C) 60
 D) 40
 E) 11
- 05)** Três automóveis A, B e C completam o circuito respectivamente em 10s, 12s, e 15s. Se partem juntos do mesmo ponto, após quanto tempo passarão juntos novamente pelo ponto de partida? E quantas voltas cada um terá dado nesse tempo?
- 06)** Uma pessoa deve tomar um remédio de 4 em 4 dias, um segundo remédio de 5 em 5 dias e um terceiro de 10 em 10 dias. Tomando simultaneamente todos os remédios no primeiro dia, o fato se repetirá depois de
 A) 200 dias
 B) 20 dias
 C) 9 dias
 D) 30 dias
 E) 90 dias
- 07)** Dispomos de algumas tábuas de 2,40m de comprimento, outras de 3m de comprimento e ainda algumas de 5,40m de comprimento, todas de mesma largura. Como devemos dividi-las para obtermos pedaços de mesmo tamanho e de maior comprimento possível?
- 08)** Em uma olimpíada um 1º atleta dá uma volta completa em 10 seg. Um 2º atleta dá uma volta completa em 11 seg. e um 3º atleta dá uma volta completa em 12 seg. Se eles partem ao mesmo tempo, do mesmo lugar, determine quantas voltas cada um terá dado, quando passarem juntos novamente pelo ponto de partida?
- 09)** Um colecionador de moedas possui mais de 250 moedas e menos de 800. Contando-as de 24 em 24, 63 em 63 ou 28 em 28, sempre sobram 8 moedas. Qual o número de moedas?
- 10)** Em uma rua, coincidem em um mesmo ponto, um poste, uma caixa de correios e uma lata de lixo. Nessa rua, os postes distam 50m um do outro; as caixas de correio estão separadas 80m uma de outra e as latas de lixo distam entre si 60m.
- 11)** Dispomos de 168 rosas brancas e 140 rosas vermelhas. Se quisermos fazer ramalhetes contendo rosas brancas e vermelhas, qual o maior número de ramalhetes e quantas rosas cada cor cada um poderá conter? (Não sobram rosas)
- 12)** Dispomos de 7 varas de ferro de 6m de comprimento; 12 varas de ferro de 9,6m de comprimento e 13 varas de ferro de 12m de comprimento. Desejando-se fabricar vigotas para laje pré-moldada, com 3 varas em cada vigota, pergunta-se:
 A) Sem emendar nenhum ferro, qual o tamanho máximo possível de cada vigota?
 B) Quantas vigotas obteríamos nessas condições?

Gabarito

- 01.** A) 12 B) 15 C) 30 D) xyz E) $(x+1) \cdot (x-1)$ F) ab
02. 8
03. B
04. D
05. 60 segundos - 6,5 e 4 voltas
06. B
07. 60cm
08. 66, 60 e 55
09. 512
10. A) 1200m B) 24 C) 15
11. 28 ramalhetes com 6 rosas brancas e 5 rosas vermelhas em cada um
12. A) 1,20m B) 87 vigotas

AULA 11

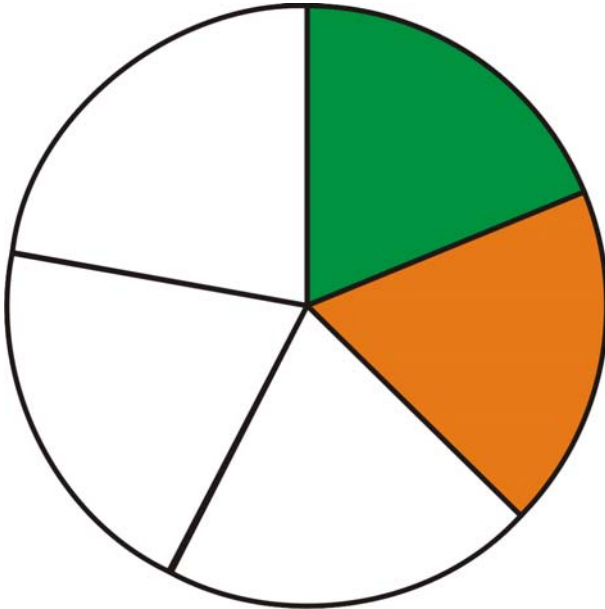
MATEMÁTICA BÁSICA **FRAÇÕES**

O QUE É MAIOR?

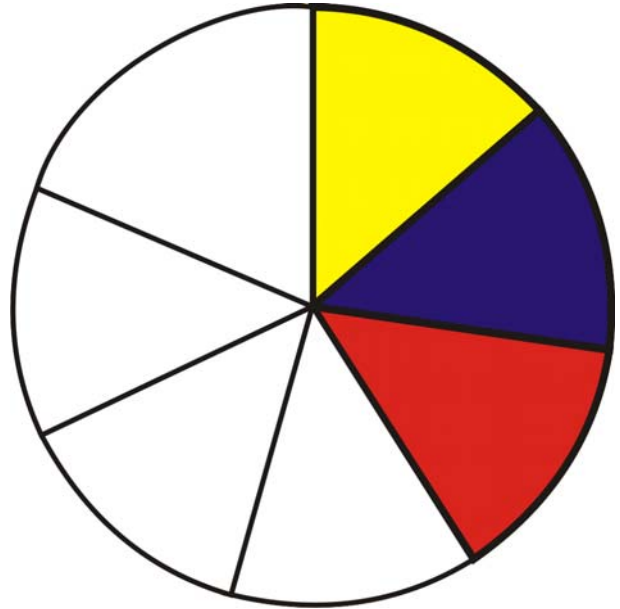
$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{4}$$

$$\frac{4}{8}$$



$$\frac{\text{NUMERADOR}}{\text{DENOMINADOR}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\frac{\text{NUMERADOR}}{\text{DENOMINADOR}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

SIMPLIFICAÇÃO

CLASSIFICAÇÃO DAS FRAÇÕES

PRÓPRIAS

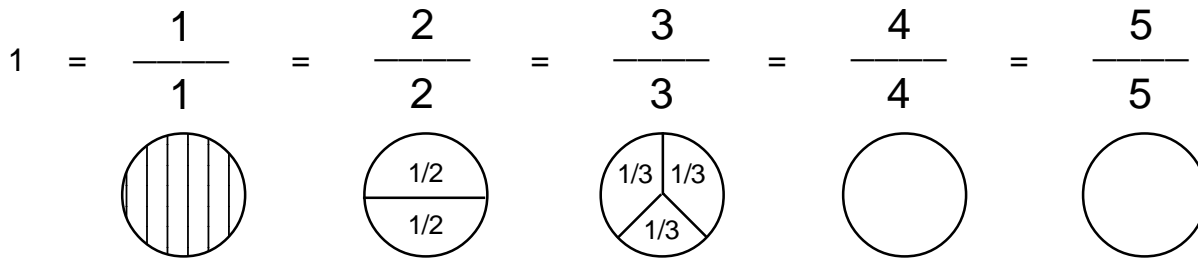
IMPRÓPRIAS

APARENTES

NÚMEROS MISTOS

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES**1 - SOMA OU SUBTRAÇÃO****1.A** FRAÇÕES DE MESMO DENOMINADOR**1.B** FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES**1.C** DENOMINADORES COM INCOGNITAS**2 - MULTIPLICAÇÃO****3 - DIVISÃO**

O CONCEITO DE INTEIRO OU UNIDADE



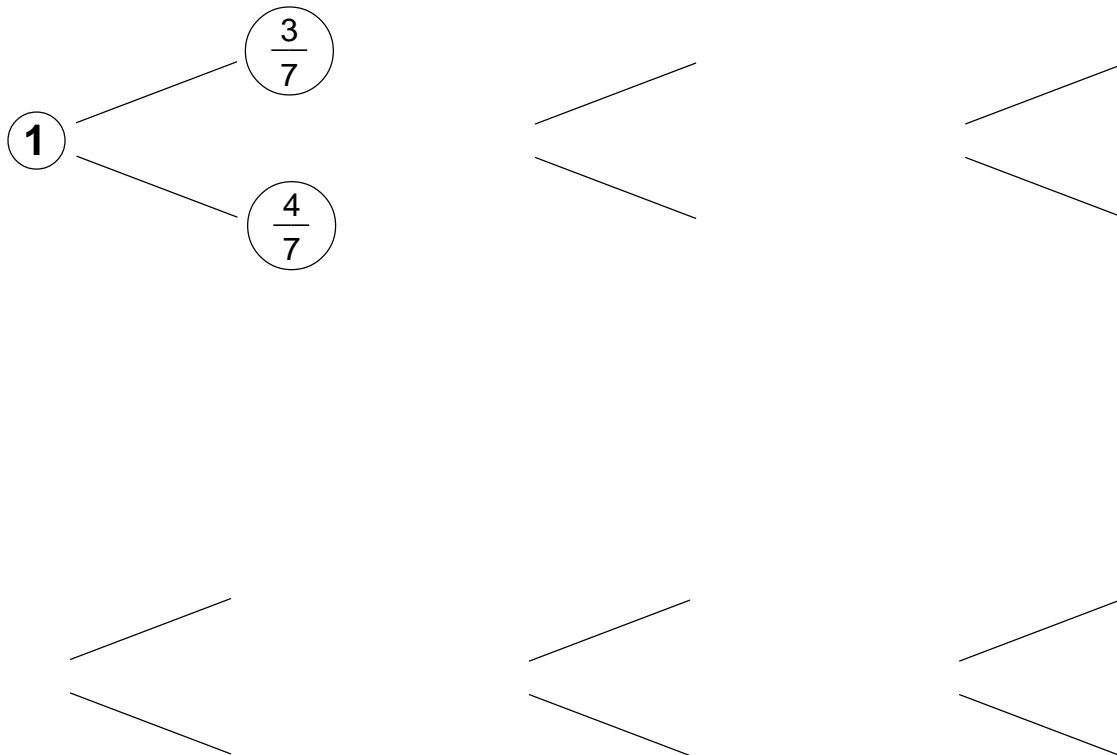
O INTEIRO significa a UNIDADE de referência, ou seja, o TUDO. Em percentagem seria o 100%. No desenho seria o BOLO INTEIRO.

O INTEIRO OU UNIDADE POSSUI:

- A) _____ SÉTAMOS B) _____ VIGÉSIMOS
 B) _____ CENTÉSIMOS D) _____ SEXTOS

COMPLETE DE ACORDO COM A VÍDEO-AULA

DO INTEIRO TIRAMOS UMA PARTE. ENTÃO SOBRA...



$\frac{\text{PARTE}}{\text{TODO}} =$

PROBLEMAS

1

O resultado de $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ é

A) $a+b$

B) $\frac{1}{a+b}$

C) $\frac{a+b}{ab}$

D) $\frac{ab}{a+b}$

E) $\frac{a+b}{2}$

2

$$\frac{x+y}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \text{ é igual a}$$

3

Qual o resultado da expressão?

$$\frac{2}{\frac{1}{2/3} + \frac{3/4}{3} + \frac{4}{2/5}}$$

4

Quantos nonos há na unidade?

5

Que fração do dia já passou quando o relógio bate 8 horas?

6 $\frac{18}{23}$ de uma estrada já foi asfaltado. Que fração da estrada falta asfaltar?**7**Quanto devo adicionar a $\frac{8}{15}$ para obter a unidade?**8**Quanto é $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$?

9 De 30 questões, Ana acertou 24. Do total, Ana acertou na forma fracionária e na forma decimal.

10 De 24 arremessos, um jogador de basquete acertou 15. Do total de arremessos, o jogador acertou na forma fracionária e na forma decimal.

GABARITO**1**

D

2

E

3

$$\frac{8}{47}$$

4

3

5

$$\frac{1}{3}$$

6

$$\frac{5}{23}$$

7

$$\frac{7}{15}$$

8

$$\frac{3}{10}$$

9

$$\frac{4}{5} \text{ ou } 0,8$$

10

$$\frac{5}{8} \text{ ou } 0,625$$

AULA 12

MATEMÁTICA BÁSICA
RECORDANDO
EQUAÇÕES

$$10 = 10$$

$$=$$

$$2x = 10$$

$$=$$

$$x + 5 = 18$$

$$=$$

$$\frac{2x}{3} + 7 = 11$$

$$\frac{2x + 7}{3} = 11$$

$$-2x = 10$$

DICIONÁRIO DE MATEMÁTICÂS

- 1) $2/3$ de $3/4$ de $5/6 =$
- 2) UM NÚMERO =
- 3) O DOBRO DE UM NÚMERO =
- 4) A METADE DE UM NÚMERO =
- 5) O QUADRADO DE UM NÚMERO =
- 6) A METADE DO QUADRADO DE UM NÚMERO =
- 7) O QUADRADO DA METADE DE UM NÚMERO =
- 8) A TERÇA PARTE DE UM NÚMERO =
- 9) O CUBO DE UM NÚMERO =
- 10) O CUBO DA TERÇA PARTE DE UM NÚMERO =
- 11) A TERÇA PARTE DO CUBO DE UM NÚMERO =
- 12) O TRIPLO DA METADE DE UM NÚMERO =
- 13) A METADE DO TRIPLO DE UM NÚMERO =
- 14) A QUINTA PARTE DE UM NÚMERO =
- 15) A RAIZ QUADRADA DE UM NÚMERO =
- 16) O OPOSTO DE UM NÚMERO =
- 17) O INVERSO DE UM NÚMERO =
- 18) UM NÚMERO SOMADO COM SEU INVERSO É IGUAL A 12 =
- 19) A SOMA DAS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DE 2º GRAU =
- 20) O PRODUTO DAS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DE 2ºGRAU =
- 21) AS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DE 2º GRAU SÃO SIMÉTRICAS =
- 22) AS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DE 2º GRAU SÃO RECÍPROCAS =
- 23) A RAZÃO ENTRE A e B =
- 24) A RAZÃO ENTRE B e A =

25) A DIFERENÇA ENTRE A e B =

26) A DIFERENÇA ENTRE B e A =

27) A RAZÃO ENTRE O CUBO DE UM NÚMERO E O QUADRADO DESSE

NÚMERO =

28) TRÊS NÚMEROS INTEIROS CONSECUTIVOS =

29) TRÊS NÚMEROS PARES CONSECUTIVOS =

30) TRÊS NÚMEROS ÍMPARES CONSECUTIVOS =

31) Atenção: Sendo X um inteiro qualquer, então o número:

PAR é representado por _____

ÍMPAR é representado por _____

32) A SOMA DE DOIS NÚMEROS INTEIROS CONSECUTIVOS =

33) O PRODUTO DE DOIS NÚMEROS INTEIROS CONSECUTIVOS =

34) A excede B em 24 unidades

35)



10



10

36) A DIFERENÇA ENTRE O PREÇO DE VENDA E O PREÇO DE CUSTO

37) A DIFERENÇA ENTRE DOIS QUADRADOS

38) O QUADRADO DA DIFERENÇA ENTRE DOIS NÚMEROS

39) A SOMA DOS INVERSOS DE DOIS NÚMEROS

40) A DIFERENÇA ENTRE DOIS CUBOS

41) O CUBO DA DIFERENÇA ENTRE DOIS NÚMEROS

42) A METADE DO INVERSO DE UM NÚMERO

43) O INVERSO DA METADE DE UM NÚMERO

AULA 13

MATEMÁTICA BÁSICA

APLICAÇÃO DO “MATEMATIQUÊS” EM PROBLEMAS

1) Uma pessoa devia \$ 12 e pagou $\frac{3}{5}$ da dívida. Quanto ainda deve?

2) Os $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{3}$ do preço de uma moto equivalem a $\frac{3}{2}$ de $\frac{2}{5}$ do preço de um automóvel avaliado em R\$ 9.600,00. O preço da moto é:

- A) R\$ 16.000,00
- B) R\$ 5.184,00
- C) R\$ 5.760,00
- D) R\$ 8.640,00
- E) R\$ 6.400,00

3) Quando saí de casa já havia transcorrido $\frac{3}{8}$ do dia. Quando retornei, havia passado $\frac{5}{6}$ do dia. Quanto tempo estive fora?

4) Saí de casa quando $\frac{2}{5}$ do dia já havia passado. Ao retornar, observei que restava apenas $\frac{1}{4}$ do dia. Quanto tempo estive fora ?

5) Que horas são quando o tempo já transcorrido do dia é igual a $\frac{5}{11}$ do que resta do dia?

6) Que horas são quando o tempo já transcorrido do dia é igual a $\frac{4}{11}$ do que resta do dia?

- A) 6h 40 min
- B) 6h C) 6h 4 min D) 8h 8 min E) 6h 24 min

7) Que horas são quando o tempo que já transcorreu do dia corresponde a $\frac{1}{3}$ do que resta do dia ?

- A) 8 h
- B) 6 h C) 4 h D) 3 h E) 2 h

8) Em um clube, $\frac{2}{3}$ dos sócios são mulheres. Sabe-se que $\frac{3}{5}$ das mulheres são casadas e 80% das casadas tem filhos. Qual o número de associados do clube, sabendo-se que as mães casadas são 360 ?

AULA 14

MATEMÁTICA BÁSICA

APLICAÇÃO DO “MATEMATIQUÊS” EM PROBLEMAS (CONTINUAÇÃO)

9) Um agricultor podou $\frac{1}{5}$ das suas árvores no primeiro dia. No segundo dia, podou $\frac{3}{4}$ das árvores que restavam sem podar. E no terceiro dia podou a metade das que sobravam. Se o número total de árvores é 80, quantas árvores ficaram sem podar?

| | PODADAS | FALTAM PODAR |
|---------------|----------------|---------------------|
| INÍCIO | | |
| 1º DIA | | |
| 2º DIA | | |
| 3º DIA | | |

10) Um fazendeiro vendeu $\frac{3}{7}$ das ovelhas que possuía (por exemplo, para um super-mercado). Depois vendeu (para um frigorífico) a quarta parte das ovelhas que ainda havia na estância. Finalmente $\frac{5}{6}$ das ovelhas que restavam morreram no inverno.

COM BASE NO ENUNCIADO ACIMA , RESPONDA AS QUATRO SEGUINTE S S ITUAÇÕES (INDEPENDENTES UMA DA OUTRA).

A) Se , ao final, sobraram 6 ovelhas na estância, quantas ovelhas tinha inicialmente o fazendeiro?

| HISTÓRICO | SAÍRAM | FI CARAM |
|------------------|---------------|-----------------|
| INÍCIO | | |
| 1º EVENTO | | |
| 2º EVENTO | | |
| 3º EVENTO | | |

B) Se , no primeiro evento, fossem vendidas 120 ovelhas para o super-mercado, é porque o número inicial de ovelhas, nesta hipótese, é de:

C) Supondo que a soma total das ovelhas vendidas para o super-mercado E para o frigorífico foi de 600 ovelhas. Então, nesse caso, o número inicial de ovelhas da estância seria de :

D) Na hipótese de que tivessem morrido no inverno 900 ovelhas, então, nesse caso, teriam sobrevivido quantas ovelhas?

AULA 15

MATEMÁTICA BÁSICA

APLICAÇÃO DO “MATEMATIQUÊS” EM PROBLEMAS (CONTINUAÇÃO)

11) Um certo número de alunos são aprovados na fase classificatória de um concurso. No exame psicotécnico, $\frac{3}{8}$ são reprovados. Dos que continuam no concurso, $\frac{2}{5}$ rodam no teste físico. Se a metade dos classificados após as três etapas é 45, determine o número inicial de aprovados.

| HISTÓRICO | APROVADOS | REPROVADOS |
|--------------|-----------|------------|
| INÍCIO | | |
| PSICOTÉCNICO | | |
| FÍSICO | | |
| | | |

12) Um certo número de árvores frutíferas deveria ser colhida. No primeiro dia, $\frac{5}{12}$ das árvores foram colhidas. No segundo dia, $\frac{4}{7}$ das restantes foram colhidas. No terceiro dia foram colhidas $\frac{2}{5}$ das que ainda não haviam sido tocadas. Se sobraram 90 árvores sem colher, qual o total inicial de árvores que precisavam ser colhidas?

| HISTÓRICO | COLHIDAS | FALTA COLHER |
|-----------|----------|--------------|
| INÍCIO | | |
| 1º DIA | | |
| 2º DIA | | |
| 3º DIA | | |

13) João gasta $\frac{2}{5}$ do salário no aluguel. Do que sobra, gasta $\frac{3}{7}$ no mercado. Se sobraram, no final, R\$ 120,00, qual o salário de João?

14) João gasta $\frac{2}{5}$ do salário no aluguel e $\frac{3}{7}$ do salário no mercado. Se sobrou R\$ 120,00, qual o salário de João?

15) Um negociante recebeu 108 ovos que colocou em 2 cestas. A um freguês vendeu $\frac{1}{3}$ dos ovos da 1ª cesta e a outro $\frac{1}{6}$ dos ovos da 2ª cesta. As duas cestas agora tem o mesmo número de ovos. Quantos ovos havia inicialmente em cada cesta?

GABARITO

- 1) \$ 4,80 2) B 3) 11 h 4) 8h 24 min 5) 7h 30 min 6) E 7) B
8) 1125 9) 8 10) A- 84 B- 280 C-1050 D-180 11) 240 12) 600
13) R\$ 350,00 14) R\$ 700,00 15) 1ª Cesta = 60 ovos 2ª Cesta = 48 ovos

AULAS 16, 17 e 18

MATEMÁTICA BÁSICA

EQUAÇÕES DE 1º GRAU PROBLEMAS DE 1º GRAU

EQUAÇÃO DE 1º GRAU**1º GRUPO**

A) $x = \frac{10}{2}$

B) $2 = \frac{x}{4}$

C) $16 = \frac{48}{x}$

D) $5 = \frac{x}{3}$

E) $\frac{x}{2} = 7$

F) $6 = \frac{3}{y}$

G) $\frac{36}{t} = 12$

H) $10 = \frac{x}{8}$

I) $\frac{10}{m} = 2$

2º GRUPO

A) $x + 2 = 7$

B) $x - 2 = 7$

C) $2x + 3 = 9$

D) $2x - 3 = 9$

E) $\frac{x}{2} + 5 = 10$

F) $\frac{x}{2} - 5 = 10$

G) $\frac{3x}{2} + 2 = 14$

H) $\frac{5x}{2} - 3 = 12$

I) $6 = \frac{3t}{2}$

3º GRUPO

A) $-x + 2 = 6$

B) $-4x - 2 = 10$

C) $\frac{-3x}{4} - 2 = -17$

D) $\frac{-x + 2}{4} = -6$

E) $\frac{3}{-x-5} = 3$

F) $\frac{2-x}{3} = 2$

G) $2 = \frac{5}{-2x+1}$

H) $\frac{5}{-3x+4} = \frac{1}{4}$

4º GRUPO

A) $2 = a.10.20$

B) $4 = 5.c.16$

C) $6 = 10.12.t$

D) $12 = \frac{c.4.15}{100}$

E) $20 = \frac{500.i.12}{100}$

5º GRUPO

A) $\frac{x+2}{2} = 10$

B) $\frac{3x-3}{4} = 6$

C) $2 = \frac{10}{2+x}$

D) $\frac{3x-30}{2} = 15$

E) $8 = \frac{2+t}{2}$

F) $\frac{4x+5}{4} = 2$

6º GRUPO

A) $5x - 3 = 2x + 7$

B) $2x + 3 = 3x - 4$

C) $-6x - 2 = -2x - 2$

D) $\frac{x+2}{2} = 2x$

E) $-3x + 1 = 2x - 4$

F) $\frac{x-3}{2} = 3 + x$

G) $\frac{2x+1}{2} = 2 - x$

H) $\frac{2x}{3} = \frac{3x}{4} - 12$

I) $\frac{x}{4} - \frac{x-1}{3} = \frac{1}{12}$

J) $\frac{3x}{7} - 5 = x - \frac{3}{7}$

K) $\frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-1}$

L) $\frac{5}{x} = \frac{4}{x+2}$

M) $2(5 - \frac{x}{5}) - 6(\frac{x}{2} - 1) = \frac{x}{6} - 7$

N) $\frac{2x + 2}{2} = 2x + 2$

O) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x}$

Testes

01) O valor de x em $ax + b = a + bx$ é

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) -1
- E) 4

02) Se $\frac{x-2}{x^2+x} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x}$, o valor de A - B é

- A) 5
- B) 3
- C) -1
- D) -3
- E) -5

Problemas de 1º grau resolvidos

01) Um número somado ao seu triplo é igual a 36.

Determine o número.

$x + 3x = 36$

$4x = 36$

$x = 36/4$

$x = 9$

02) O dobro de um número diminuído de sua metade é igual a 48. Qual é o número?

$\frac{2x}{1} - \frac{x}{2} = 48$

Tiramos o MMC do lado esquerdo

$\frac{4x - x}{2} = 48$

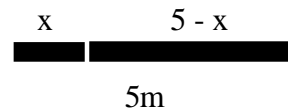
$3x = 2 \cdot 48$

$3x = 96$

$x = \frac{96}{3}$

$x = 32$

03) Uma ripa de madeira de 5m de comprimento foi cortada em 2 partes de tal forma que a parte que sobrou é 2/3 da que foi aproveitada. Quanto sobrou?



sobrou = x

(5 - x) = aproveitada

sobrou = 2/3 (aproveitada)

$x = \frac{2}{3}(5 - x)$

$3x = 2.5 - 2x$

$3x + 2x = 10$

$5x = 10$

$x = 10/5$

$x = 2$

04) Em um concurso de tiro, o atirador ganha 6 pontos por tiro acertado e perde 2 pontos por tiro errado.

Se em um total de 30 tiros ele marca 132 pontos, quantos tiros ele acertou?

Acertos + Erros = 30

Acertou x tiros

Errou (30 - x) tiros

$6 \cdot (\text{nº acertos}) - 2 (\text{nº erros}) = \text{Pontos}$

$(6 \cdot x) - 2(30 - x) = 132$

$6x - (60 - 2x) = 132$

$6x - 60 + 2x = 132$

$8x = 132 + 60$

$8x = 192$

$x = \frac{192}{8}$

$x = 24 \text{ acertos}$

- 05) Uma pessoa gasta $\frac{1}{3}$ do seu salário no supermercado, $\frac{2}{5}$ do seu salário na farmácia e ainda lhe sobram R\$ 240. Qual o seu salário?

Gastou + Sobrou = Total
salário = x

$$\text{supermercado} = \frac{1}{3}x$$

$$\text{farmácia} = \frac{2}{5}x$$

$$\frac{1x}{3} + \frac{2x}{5} + 240 = x$$

Tiramos o MMC do lado esquerdo

$$\frac{5x + 6x + 3600}{15} = x$$

$$11x + 3600 = 15x$$

$$3600 = 4x$$

$$x = 900$$

Prova

$$\frac{1}{3} \text{ de } 900 \text{ ® R\$ } 300$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } 900 \text{ ® R\$ } 360$$

$$\text{Gastou } (660) + (240) = \text{Total } (900)$$

- 06) João gasta $\frac{2}{3}$ do seu salário no mercado e $\frac{3}{4}$ do que sobrou no aluguel. Se ainda restou R\$ 100, qual o seu salário de João?

Salário ® x Após pagar o Mercado

Mercado® $\frac{2x}{3}$ sobrou $(x - \frac{2x}{3})$

$$\text{Aluguel } \frac{3}{4} (x - \frac{2x}{3})$$

Gastos + Sobras = Total

$$\frac{2x}{3} + \frac{3}{4} (x - \frac{2x}{3}) + 100 = x$$

$$\frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} - \frac{6x}{12} + 100 = x$$

$$\frac{8x + 9x - 6x + 1200}{12} = x$$

$$11x + 1200 = 12x$$

$$x = 1200$$

Problemas de primeiro grau

01. Determine o número que aumentado de 20 unidades totaliza 44.
02. A diferença entre um número e 8 é igual a 12. Determine o número.
03. A razão entre um número x e 4 é igual a 9. Determine o valor de x.
04. A diferença entre 50 e um número desconhecido é 11. Qual é o número desconhecido?
05. A razão entre 80 e um determinado número é 5. Qual é o número?
06. Um número somado com o seu dobro é igual a 27. Qual é o número?
07. O triplo de um número diminuído de seu dobro é igual a 15. Qual é o número?
08. O dobro de um número adicionado com o seu triplo é igual a 85. Qual é o número?
09. Um número mais a sua metade é igual a 18. Qual é o número?
10. Um número adicionado de sua terça parte totaliza 32. Determine o número.
11. O dobro de um número diminuído de 10 é igual ao próprio número somado com 26.
12. O dobro de um número diminuído de 2 unidades é igual ao triplo de sua metade adicionado com 6 unidades.
13. Gabriel tinha 8 anos quando Cristiano nasceu. Atualmente a soma de suas idades é 62 anos. Calcule a idade de cada um.
 - a) 30 e 32 anos.
 - b) 28 e 34 anos.
 - c) 36 e 26 anos.
 - d) 35 e 27 anos.
 - e) 30 e 38 anos.

14. Quando Paulinho tinha 5 anos, Sandra tinha 14 anos. Se hoje, a soma das suas idades é 57 anos, a idade de Sandra é
- A) 40 anos
B) 35 anos
C) 33 anos
D) 37 anos
E) 39 anos
15. Determine a área de um retângulo sabendo-se que seu perímetro é 40cm e que a altura é o triplo da base.
16. Quais as dimensões de um retângulo sabendo-se que o perímetro mede 24cm e que a altura é a metade da base?
17. Sabendo-se que a área de um retângulo é base multiplicada por altura, qual é a altura quando a base é 4m e a área é $2m^2$?
- A) 8m
B) 6
C) 4m
D) 0,5m
E) 2m
18. A idade de um pai e um filho está na razão de 5/2. Qual a idade de cada um sabendo-se que a diferença entre eles é 18?
19. A soma dos ângulos internos de um triângulo sempre soma 180° . Determine cada ângulo de um triângulo cujos ângulos são x ; $x + 20^\circ$ e $x + 40^\circ$.
20. Determine dois números ímpares consecutivos cuja soma é 56.
21. Em uma classe existem 40 alunos. O número de rapazes excede o de moças em 12 unidades. Qual o número de rapazes?
- A) 14 D) 28
B) 20 E) 23
C) 26
22. A idade de João é o dobro da idade de Pedro e a idade de Ana Maria é o triplo da idade de João. Se juntos somam 36 anos, qual a idade de cada um?
23. Um pai tem 65 anos e o filho 35 anos. Há quantos anos atrás, a idade do pai era o quádruplo da idade do filho?
24. Carlota tem 40 anos e Berlamino tem 24 anos. Há quantos anos atrás, a idade de Carlota era o triplo da idade de Berlamino?
25. O salário de Luís e João somam juntos R\$ 80. Se o salário de Luís é a quarta parte do salário de João, qual o salário de cada um?
26. A soma de três números pares consecutivos é 60. determine os números.
27. O perímetro de um triângulo soma 48cm. Se os lados são 3 números pares consecutivos, determine cada lado.
28. Os lados de um triângulo são n vezes maior que os números 5, 12 e 13. Se o perímetro mede 120, qual o valor de cada lado?
29. Um operário ganha R\$ 50 por dia de trabalho e paga multa de R\$ 20 por dia de falta (além de não ganhar o dia). Depois de 22 dias úteis, ele recebeu R\$ 610. quantos dias trabalhou?
30. Cada questão acertada por um estudante vale 10 pontos e cada questão errada faz com que lhe seja retirado 4 pontos. Se, em uma prova de 50 questões, o aluno soma 332 pontos, quantas questões errou?
31. Uma viga de ferro de 12m de comprimento é cortada em duas partes de tal forma que a parte menor é $\frac{3}{5}$ da parte maior. Quanto mede a parte maior?
- A) 7,2m
B) 4,8m
C) 7,5m
D) 8m
E) 6m
32. A soma da terça parte de um número com 4 é igual a 10. Determine o número.

33. A diferença entre a quarta parte de um número e 2 é igual a 7. determine o número.
34. A diferença entre o triplo de um número e a sua metade é 15. determine o número.
35. A diferença entre as idades de dois irmãos é 10 anos. Quantos anos tem cada um, sabendo que a idade do mais velho é o triplo da idade do mais jovem?
36. A soma da idade de um pai com a de seu filho é igual a 55 anos. Determine essas idades, sabendo que a idade do filho é igual a $\frac{3}{8}$ da idade do pai.
37. Há 8 anos, Pedro tinha a metade da idade que terá daqui a 24 anos. A idade de Pedro é:
38. O perímetro de um retângulo é 60m. Determine as dimensões do retângulo, sabendo que a medida da base é o triplo da altura.
39. A soma de dois números consecutivos é 25. Determine os números.
40. Um pai repartiu 120 moedas entre seus dois filhos. Se o mais velho recebeu 20 moedas a mais que o mais moço, quantas moedas recebeu cada um?
41. A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° . Se um triângulo tem um ângulo de 60° , determine os outros dois ângulos sabendo que um é o triplo do outro.
42. A metade da idade de uma pessoa, adicionada à idade que tinha há 10 anos atrás, corresponde à idade que terá daqui a um ano. Determine a idade atual da pessoa.
43. Um homem tinha 100 moedas e gastou x delas comprando uma carroça. Depois comprou um cavalo com a metade do que sobrou, ficando com 30 moedas no bolso. Determine o valor de x.
44. A soma de dois números consecutivos é igual aos $\frac{8}{5}$ do primeiro mais os $\frac{3}{7}$ do segundo. Os números são
- A) 160 e 161
B) 90 e 91
C) 125 e 126
D) 20 e 21
E) 55 e 56
45. Há 19 anos atrás uma pessoa tinha $\frac{1}{4}$ da idade que terá daqui a 14 anos. A idade da pessoa, em anos, está entre
- A) 22 e 26
B) 27 e 31
C) 32 e 36
D) 37 e 41
E) 42 e 46

Gabarito**EQUAÇÃO DE 1º GRAU**1º GRUPO B) 8 C) 3 F) $\frac{1}{2}$ I) 5

2º GRUPO F) 30 H) 6 I) 4

3º GRUPO E) -6 F) -4 G) $-\frac{3}{4}$ H) $-\frac{16}{3}$ 4º GRUPO A) $a = \frac{1}{100}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{20}$ D) 20 E) $\frac{1}{3}$ 5º GRUPO C) 3 F) $\frac{3}{4}$ 6º GRUPO K) $-\frac{13}{2}$ L) -10 M) $\frac{690}{107}$ O) 1**TESTES**

01. B 02. E 03. E 04. C

PROBLEMAS DE 1º GRAU

01. 24
02. 20
03. 36
04. 39
05. 16
06. 9
07. 15
08. 17
09. 12
10. 24
11. 36
12. 16
13. D
14. C
15. 75cm^2
16. $h = 4\text{cm}$ $b = 8\text{cm}$
17. D
18. 30 e 12 anos
19. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$
20. 27 e 29
21. C
22. Pedro = 4 anos
João = 8 anos
Ana = 24 anos
23. 25 anos atrás
24. 16 anos atrás
25. Luiz \$ 16
João \$ 64
26. 18, 20, 22
27. 14, 16, 18
28. 20, 48, 52
29. 15 dias
30. 12 questões
31. C
32. 18
33. 36
34. 6
35. 5 anos e 15 anos
36. 40 e 15 anos
37. 40 anos
38. 7,5m e 22,5m
39. 12 e 13
40. 50 e 70
41. 30° e 90°
42. 22 anos
43. 40
44. D
45. B

AULAS 19 e 20

MATEMÁTICA BÁSICA

**SISTEMAS
LINEARES**

MATEMÁTICA

SISTEMAS LINEARES

Podem ser resolvidos por *substituição* ou *adição*.

Método da substituição

Considere a equação $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Isolamos uma das incógnitas em uma das equações e substituímos o valor isolado na outra.

Assim, isolando o x na segunda equação, fica:

$$x = 1 + y$$

Substituímos x por $(1 + y)$ na primeira equação:

$$2 \cdot (1 + y) + y = 8$$

$$2 + 2y + y = 8$$

$$3y = 8 - 2$$

$$y = 6/3$$

$$y = 2$$

E, como $x = 1 + y$

$$x = 1 + 2$$

$$x = 3$$

Método da adição

Elimina-se uma das incógnitas somando algebricamente a equação de cima com a equação de baixo.

Exemplo 1

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\hline 3x \quad / = 9 \quad \boxed{x = 3}$$

Em seguida substituímos o valor de x em qualquer uma das equações para achar o valor de y .

Exemplo 2

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

É necessário ajustar as equações para que uma das incógnitas se anule.

Isto é possível porque

uma igualdade não se altera quando multiplicamos todos os seus termos pelo mesmo número.

Assim, temos 2 caminhos:

(1º) Multiplicar a de baixo por (-2) para que $2x$ se anule com $(-2x)$.

(2º) Multiplicar a de cima por (2) e a de baixo por (3) para que $(-6y)$ se anule com $(6y)$.

Depois de anular uma das incógnitas, segue o processo comum.

1º Caminho

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Multiplicamos a de baixo por (-2)

Então:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -2x - 4y = -4 \end{cases}$$

$$\hline \quad \quad / \quad -7y = 7 \quad \boxed{y = -1}$$

Em seguida substituímos y por (-1) em qualquer uma e achamos x .

2º Caminho

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Multiplicamos a de cima por 2

Multiplicamos a de baixo por 3

Então

$$\begin{cases} 4x - 6y = 22 \\ 3x + 6y = 6 \end{cases}$$

$$\hline 7x \quad / = 28 \quad x = 28/7 \quad \boxed{x = 4}$$

Substituindo x por 4 em qualquer uma, achamos o valor de y .

Por exemplo, na segunda:

$$3(4) + 6y = 6$$

$$6y = 6 - 12$$

$$6y = -6$$

$$\boxed{y = -1}$$

Você mesmo pode tirar a prova real substituindo em cada equação os valores de x e y e constatando se a *igualdade* se confirma.

RESOLVA

$$\begin{cases} 2x+3y=14 \\ 3x+2y=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x+7y=3 \\ 4x-7y=29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+4y=3 \\ 6x-2y=26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2k-m=10 \\ k+3m=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 3/x + 2/y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ x/2 + 4/3=5/6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y-z=5 \\ x+y+z=6 \\ 3x-4y+2z=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-2y=7 \\ 5x-3y=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y+3=0 \\ -2x+3y-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3p-q=12 \\ p+2q=46 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x/y=12/5 \\ x+y=34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k+4/3m=11/3 \\ 2/k+1/m=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-y-z=11 \\ -x+y+4z=22 \\ x-y+3z=12 \end{cases}$$

PROBLEMAS ENVOLVENDO SISTEMAS

- 01.** As idades de duas pessoas há 8 anos estava na razão de 8 para 11; agora estão na razão de 4 para 5. A idade da mais velha atualmente é
- a) 22 anos.
b) 24 anos.
c) 26 anos.
d) 30 anos.
- 02.** A soma de dois números é 50 e a diferença é 10. Determine os números.
- 03.** Em uma fábrica de 80 operários, sabe-se que o número de homens é o quádruplo do número de mulheres. Ache o número de homens e de mulheres.
- 04.** Pedro é 4 anos mais velho que Luís. Adicionando 9 anos à idade de Pedro, ela se torna o dobro da idade de Luís. Determine essas idades.
- 05.** Uma fração é equivalente a $7/6$. descubra essa fração, sabendo que o numerador excede o denominador em 3 unidades.
- 06.** A idade de um pai está para a de seu filho como 8 está para 3. Determine essas idades se a soma das duas é igual a 44.
- 07.** Dois barris A e B contém vinho. O volume, em litros, de vinho do barril A, aumentado de 5, é igual ao volume em litros, de vinho do barril B, diminuído de 3. sabendo que o triplo do volume, em litros, do barril A excede em 24 o dobro do volume, em litros, do barril B, descubra quantos litros de vinho contém cada barril.
- 08.** Em uma chácara há galinhas e porcos em um total de 120 cabeças e 396 pés. Qual o número de porcos e de galinhas?

- 09.** A idade de um pai é hoje o quádruplo da idade de um filho. Quatro anos atrás, a idade do pai era o sextuplo da idade do filho. Para que a idade do pai seja igual ao dobro da idade do filho, o tempo de corrido deverá ser
- 30 anos.
 - 25 anos.
 - 20 anos
 - 15 anos.
 - 10 anos.
- 10.** em uma garagem com automóveis e bicicletas, o número de pneus é 480 e o número de veículos é 192. O número de bicicletas existentes na garagem é
- ímpar.
 - maior que
 - menor que 100.
 - divisor de 300.
 - múltiplo de 12.
- 11.** Eu tenho duas vezes a idade que tu tinhas quando eu tinha a idade que tu tens. Quando tiveres a idade que eu tenho, a soma de nossas idades será 45 anos. Quantos anos temos?
- 20 e 25
 - 30 e 15
 - 10 e 1
 - 15 e 20
 - 35 e 10
- 12.** Os preços de duas peças de tecidos estão entre si como 7 está para 8. Sabendo-se que o triplo do preço de uma menos o dobro do preço da outra vale \$50, os preços dessas peças são
- \$60 e \$70
 - \$70 e \$80
 - \$50 e \$60
 - \$80 e \$90
 - \$7 e 8
- 13.** Em um compartimento existem bicicletas e triciclos, num total de 38 rodas e 14 assentos. O número de bicicletas e triciclos é respectivamente
- 4 e 10
 - 5 e 9
 - 3 e 11
 - 10 e 6
 - 24 e 52
- 14.** Com o que tenho no bolso, faltam \$24 para pagar $\frac{5}{7}$ da minha dívida. Se me dessem \$200, pagaria toda a dívida e sobrariam \$104. Quanto devo?
- 15.** Em uma árvore existem galhos e pássaros. Se pousar um pássaro em cada galho, fica um pássaro sem galho. Se pousarem 2 pássaros em cada galho, sobra um galho. Qual o número de pássaros e galhos?
- 16.** Certa quantidade de sacos precisam ser transportados e para isso dispõe-se de jumentos. Se colocarmos 2 sacos em cada jumento, sobram 13 sacos, se colocarmos 3 sacos, em cada jumento, sobram 3 jumentos. Quantos sacos precisam ser carregados?
- 17.** Comprou-se vinho a \$4,85 o litro e chope a \$2,50 o litro. O número de litros de chope ultrapassa o de vinho em 25 e a soma paga pelo vinho foi de \$19,75 a mais do que a paga pelo chope. A quantidade de litros de vinho comprada foi de
- | | |
|-------|-------|
| a) 60 | d) 35 |
| b) 40 | e) 25 |
| c) 65 | |
- 18.** Uma pessoa ao fazer um cheque inverteu o algarismo das dezenas com o das centenas. Por isso, pagou a mais a importância de \$270. Sabe-se que os dois algarismos estão entre si como 1 está para 2. O algarismo, no cheque, que está na casa das dezenas é o
- | | |
|------|------|
| a) 6 | d) 3 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 1 | |

19. Um número real N é formado por 2 algarismos.

A soma desses algarismos é 9. Se a ordem for invertida, o número obtido é 81 unidades menor do que N . Então:

- a) $1 < N < 40$
- b) $40 < N < 60$
- c) $60 < N < 70$
- d) $70 < N < 60$
- e) $90 < N < 99$

20. Tenho o quádruplo da idade que você tinha quando eu tinha a sua idade; quando você tiver a minha idade a diferença de nossas idades será 9 anos.

Quais são nossas idades atuais?

21. Determinar quantos passageiros viajam em certo ônibus, sabendo que, se dois passageiros ocupassem cada banco, 26 ficariam de pé, e que se três passageiros se sentassem em cada banco, dois bancos ficariam vazios.

22. Uma pessoa ao fazer um cheque de valor menor que \$100, inverteu o algarismo da dezena com o da unidade e com isso pagou \$18 a mais. Qual o valor que deveria ser pago, sabendo-se que a soma dos algarismo é 8?

23. Em um galinheiro há pintinhos amarelinhos e pretos, num total de 44 pintos. Se houvesse mais 10 pintinhos pretos, o número de pintinhos amarelos seria o dobro do de pintinhos pretos. Qual o número de pintos amarelos?

Gabarito

PROBLEMAS DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES

RESOLVA: Tire você mesmo a PROVA REAL substituindo os valores de x e y encontrados nas equações e verificando se ocorre a IGUALDADE.

- 01.** D
- 02.** 20 e 30
- 03.** 16 e 64
- 04.** 13 e 17 anos
- 05.** 21/18
- 06.** 32 e 12
- 07.** $A = 401$ $B = 481$
- 08.** 42 galinhas ; 78 porcos
- 09.** C
- 10.** E
- 11.** D
- 12.** B
- 13.** A
- 14.** \$252
- 15.** galhos = 3 pássaros = 4
- 16.** 57 sacos
- 17.** D
- 18.** D
- 19.** E
- 20.** 15 e 24 anos
- 21.** 90
- 22.** \$35
- 23.** 36

RAZÕES E PROPORÇÕES

AULA 1

- RAZÃO
- PROPORÇÃO
- PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES
- PROBLEMAS

RAZÕES E PROPORÇÕES

RAZÃO

É o quociente (**RESULTADO DA DIVISÃO**) entre dois termos.
O numerador é chamado **ANTECEDENTE** e o denominador é chamado **CONSEQUENTE**.

Assim, a razão entre **A** e **B** é $\frac{A}{B}$

E a Razão entre **B** e **A** é $\frac{B}{A}$

PROPORÇÕES

É a igualdade de duas ou mais razões.

TERMOS DE UMA PROPORÇÃO

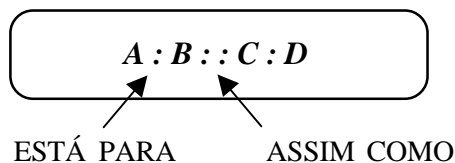
$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

A e D são os **EXTREMOS**

B e C são os **MEIOS**

FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DA PROPORÇÃO

Além da forma já apresentada, podemos dizer que "A está para B, assim como C está pa D" da seguinte forma:



PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

"Em toda proporção, o PRODUTO DOS EXTREMOS É IGUAL AO PRODUTO DOS MEIOS".

Assim, se $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ temos

$$A \cdot D = C \cdot B$$

OBS: Podemos chegar à mesma conclusão pelas regras práticas de "**ISOLAMENTO DE INGÓGNITAS**" em **EQUAÇÕES**.

PROBLEMAS PROPOSTOS

01. A razão entre o PREÇO DE CUSTO e o PREÇO DE VENDA de um produto é $\frac{2}{3}$.
Se foi vendido por R\$ 42,00. Qual o PREÇO DE CUSTO?

02. Para a, b, c reais e diferentes de zero temos que $a : b :: b : c$
Assim temos a expressão $\frac{2ac + 3b^2}{ac}$ é equivalente a:

- A) 1
B) $2 + 3b^2$
C) $5b^2$
D) $2 + 5b^2$
E) 5

03. A razão entre dois números P e Q é $0,16$.
Determine $P + Q$, sabendo que eles são PRIMOS ENTRE SI.?

04. Dos 63 computadores de uma empresa, a razão entre o número de computadores que precisam reparos e o de computadores que não precisam reparos é $\frac{2}{7}$. Quantos precisam reparos?

Gabarito

- | | |
|--------|--------|
| 01. 28 | 02. E |
| 03. 29 | 04. 14 |

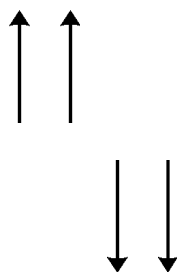
RAZÕES E PROPORÇÕES

AULA 2

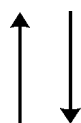
REGRA DE TRÊS SIMPLES

REGRA DE TRÊS DIRETA

A) 5 laranjas custam R\$ 35. Então 9 laranjas custarão?

DICA**REGRA DE TRÊS INVERSA**

B) 12 operários constroem uma casa em 6 semanas. Em quanto tempo, 8 operários, nas mesmas condições, construiriam a mesma casa?

DICA

PROBLEMAS DE REGRA DE TRÊS

01. Em 12m^2 de parede foram utilizados 540 tijolos. Quantos tijolos serão necessários para 15m^2 de parede?
02. Dispomos de bolinhas de gude idênticas. Em 240g entram 25 bolinhas de gude. Quantas bolinhas entrarão em 384g?
03. Trabalhando 8h/dia um grupo de operários faz uma obra em 6 dias. Trabalhando 12h/dia o mesmo grupo fará a mesma obra em:
04. 50 operários constroem um pavilhão trabalhando 6h/dia. Quantas h/dia deveriam trabalhar 40 operários para construir o mesmo pavilhão no mesmo prazo anteriormente previsto?
05. Um automóvel viaja a 100km/h . Qual a distância percorrida em 15 minutos?
06. 20 operários controem uma casa em 12 dias. 30 operários construirão a mesma casa em:
07. 12 pessoas dispõe de viveres para 40 dias. Para quantos dias dariam os suprimentos se recebessem 4 novos companheiros?
8. Uma roda de engrenagem dá 950 voltas em 15 minutos. Quantas voltas dá em 1 hora e 24 minutos?
09. Em 18g de água existem $6,02 \times 10^{23}$ moléculas de água. Quantas moléculas existem em 27g de água?
10. Um carro viajando a 60km/h percorre uma distância em 4h. Se ele viajar a 80km/h , percorrerá a mesma distância em:

GABARITO

- | | |
|-------------------|-------------------------------------|
| 01. 675 tijolos | 06. 8 dias |
| 02. 40 bolinhas | 07. 30 dias |
| 03. 4 dias | 08. 15204 |
| 04. 7,5 horas/dia | 09. $9,03 \times 10^{23}$ moléculas |
| 05. 25 km | 10. 3 horas |

RAZÕES E PROPORÇÕES

AULA 3

PROPORÇÃO DIRETA E INVERSA

CONCEITOS • TABELAS • GRÁFICOS

• PROBLEMAS 1, 2, 3 e 4

AULA 4

CORREÇÃO DOS PROBLEMAS

5, 6, 7, 8, 9 e 10

REGRA DE TRÊS

É uma **REGRA PRÁTICA** que se usa em dois casos:

- A) GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS
B) GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Consideremos uma tabela relacionando o NÚMERO DE BOLAS e a MASSA de cada BOLA.

| | | | | | | |
|------------------|---|---|----|----|----|----|
| Número de bolas | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 |
| Massa total (Kg) | 0 | 5 | 10 | 15 | 25 | 40 |

Observemos que existe uma PROPORÇÃO DIRETA, tanto "verticalmente" como "horizontalmente".

Assim, podemos dizer que "2 está para 3, assim como 10 esta para 15".

ou

"2 está para 10, assim como 3 está para 15"

$$\left(\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \right) \text{ ou } \left(\frac{2}{10} = \frac{3}{15} \right)$$

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS TÊM RAZÃO CONSTANTE

A razão entre o NÚMERO DE BOLAS e a MASSA TOTAL, mostrada na TABELA é:

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \dots = \frac{8}{40} = K_1 = 0,2$$

A razão entre a MASSA TOTAL e o NÚMERO DE BOLAS na TABELA é:

$$\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \dots = K_2 = 5$$

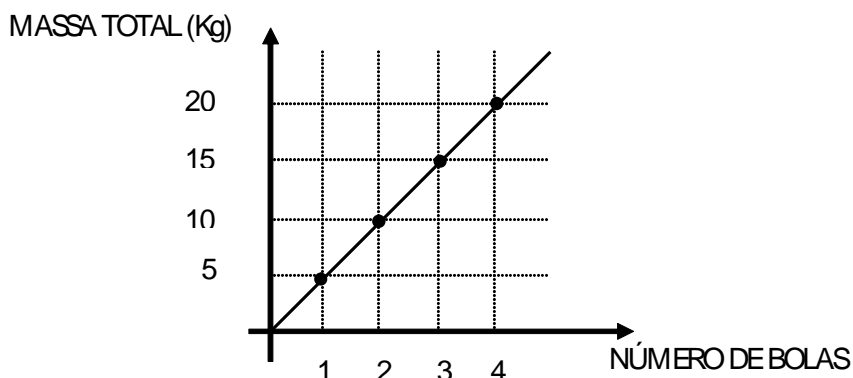
K_1 e K_2 são chamadas de **CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE** em cada caso.

Generalizando-se temos:

$$\frac{X_1}{Y_1} = \frac{X_2}{Y_2} = \frac{X_3}{Y_3} = \dots = \frac{X_N}{Y_N} = K = \text{Constante}$$

podemos concluir que essas grandezas são **DIRETAMENTE PROPORCIONAIS**.

GRÁFICO DE GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS



REGRA DE TRÊS DIRETA

Consideremos LARANJAS de PREÇOS IGUAIS.

- 5 Laranjas custam R\$ 35,00
- 9 Laranjas custam ...

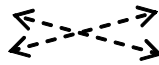
IDENTIFICAÇÃO

As grandezas são **DIRETAMENTE PROPORCIONAIS** quando **AUMENTANDO** uma grandeza a outra também **AUMENTA** ou **DIMINUINDO** uma grandeza, a outra também **DIMINUI**.

REGRA PRÁTICA

Uma vez identificado que as grandezas são **DIRETAMENTE PROPORCIONAIS**, a regra é **MULTILICAR EM DIAGONAL**.

5 Laranjas custam R\$ 35,00



9 Laranjas custam ... x

$$5 \cdot x = 9 \cdot 35$$

$$x = \frac{9 \cdot 35}{5}$$

$$x = 63$$

QUANDO A REGRA DE TRÊS É DIRETA
MULTIPLICAMOS EM _____ DIAGONAL

POR ISSO DIZEMOS QUE A REGRA DE TRÊS DIRETA É DIDI !

OBS: NA VERDADE ESTAMOS USANDO A PROPRIEDADE DAS PROPORÇÕES (DIRETAS) QUE DIZ QUE O PRODUTO DOS EXTREMOS É IGUAL AO PRODUTO DOS MEIOS.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Consideremos a tabela abaixo.

| | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|----|
| Grandeza X | 40 | 30 | 24 | 20 | 15 | 12 |
| Grandeza Y | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 |

Observamos que, da esquerda para a direita, a grandeza **Y AUMENTA** enquanto a grandeza **X DIMINUI**.

Mas será que o **PRODUTO DAS GRANDEZAS GUARDAM ENTRE SI ALGUMA PROPORCIONALIDADE?**

SIM, observe que o **PRODUTO DAS GRANDEZAS é SEMPRE**, neste exemplo, 120.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS TÊM PRODUTO CONSTANTE

$$X_1 \cdot Y_1 = X_2 \cdot Y_2 = X_3 \cdot Y_3 = \dots X_N \cdot Y_N = K = \text{CONSTANTE}$$

Também podemos dizer que quando duas grandezas são inversamente proporcionais, cada uma delas é **DIRETAMENTE PROPORCIONAL** ao **INVERSO** da outra grandeza.

Assim, na tabela,

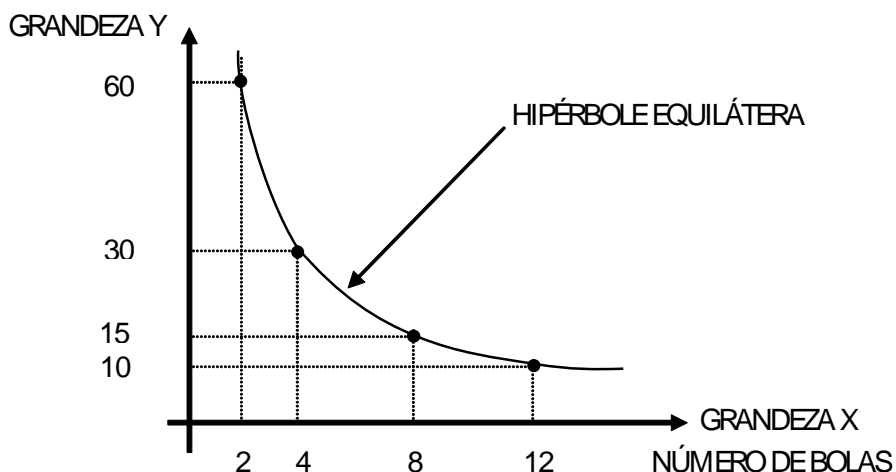
40 é DIRETAMENTE PROPORCIONAL a $\frac{1}{3}$.

24 é DIRETAMENTE PROPORCIONAL a $\frac{1}{5}$.

e igualmente, todos os outros **PARES** de números mostrados na tabela.

$$\text{Pois, } \frac{40}{1/3} = \frac{24}{1/5} = K = 120$$

GRÁFICO DE GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS



REGRA DE TRÊS INVERSA

Um carro com velocidade de 60 km/h, faz um percurso em 4h.
 Se a velocidade do carro for de 48 km/h fará o mesmo percurso em ...

| |
|----------------------|
| 60 km/h demora 4h |
| 48 km/h demora x h |

IDENTIFICAÇÃO

Identificamos que as grandezas são **INVERSAMENTE PROPORCIONAIS** porque quando uma grandeza **AUMENTA**, a outra grandeza **DIMINUI** e **VICE-VERSA**.

REGRA PRÁTICA

Quando identificamos que as grandezas são inversamente proporcionais podemos aplicar o conceito que diz que **GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS TÊM PRODUTO CONSTANTE**.

Assim,

| | | |
|---------|---|-------|
| 60 km/h | — | 4h |
| 48 km/h | — | x h |

MULTIPLICAMOS LADO A LADO

$48 \cdot x = 60 \cdot 4$

$x = \frac{240}{48}$

$x = 5$ h

**A REGRA DE TRÊS INVERSA é LALA!
 MULTIPLICAMOS LADO A LADO**

PROBLEMAS

01. A tabela representa grandezas DIRETAMENTE proporcionais. Determine x e y

| | | | |
|-----------------|----|-----|-----|
| Número de peças | 7 | 10 | y |
| Valor pago R\$ | 56 | x | 120 |

02. As duas colunas A e B são INVERSAMENTE proporcionais. Determine P e Q

| A | B |
|----|---|
| 16 | 5 |
| 20 | 4 |
| P | 2 |
| 50 | Q |

03. M é inversamente proporcional a N. Sabe-se que quando M vale 12, N vale 18. Assim, quando M vale 24, N vale:

- A) 36
B) 18
C) 6
D) 9
E) 5

04. As idades de Paulo e André são inversamente proporcionais a seus próprios pesos. Paulo pesa 80 kg e tem 45 anos. Se André tem 72 kg, sua idade é:

05. Uma engrenagem gira com velocidade constante e realiza 1404 rotações em 18 minutos. Quantas rotações fará em 2h 12min?

06. Um grupo de operários faz uma obra em 25 dias, trabalhando 12h/dia. Se, o mesmo grupo, para fazer a mesma obra, demorasse 40 dias, o número de horas diárias seria: _____ .

07. 24 operários fazem uma obra em 6 semanas. 16 operários, nas mesmas condições, fariam a mesma obra em: _____ .

08. Um grupo de operários faz uma obra em 9 dias, trabalhando 4h/dia. Em quanto tempo, o mesmo grupo faria a mesma obra trabalhando 5h/dia?

- A) 7 dias e 2h
B) 7 dias e meio
C) 7 dias 4h e 48 minutos
D) 7 dias e h.
E) 7 dias e 12 minutos

09. Uma expedição foi programada para durar 120 dias EM UM LUGAR ISOLADO. O número de participantes inicialmente era N e o consumo de alimentos é considerado constante em cada dia e igual para todos os participantes. 48 dias após o início da expedição, chegaram 30 novas pessoas que estavam perdidas no mato. Devido aos alimentos, a expedição teve de retornar 27 dias antes do previsto. Quantas pessoas compunham inicialmente à expedição?

10. Um carro com o tanque cheio pode rodar 8h. Um dia, o dono enche o tanque e parte imediatamente em viagem. No entanto, por haver um furo na base do tanque o carro roda apenas 5h. Considerando o vazão constante e que o tanque fica completamente vazio, em quanto tempo o tanque teria esvaziado se o motorista enchesse o tanque e o guardasse na garagem?

- A) 13 horas e 33 minutos
B) 13 horas e 30 minutos
C) 13 horas e 18 minutos
D) 13 horas e 20 minutos
E) 13 horas 18 minutos 18 segundos

Gabarito

01. $x = 80$ $y = 15$ 06. 7h 30 min
02. $P = 40$ $Q = 1,6$ 07. 9 semanas
03. D 08. D
04. 50 anos 09. 50 pessoas
05. 10296 rotações 10. D

RAZÕES E PROPORÇÕES

AULA 5

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

Consideremos o problema:

Vinte operários constroem 80m de muro em 12 dias trabalhando 10h/dia. Em quanto tempo, 30 operários construirão 90m de muro trabalhando 6h/dia?

1° PASSO:

Organizamos cada informação nos respectivos "QUADRINHOS":

20 operários

80m

12 dias

10h/dia

30 operários

90m

x dias

6h/dia

Dentro de cada "QUADRINHO" podemos simplificar

2 operários

8m

12 dias

10h/dia

3 operários

9m

x dias

6h/dia

Optamos por não simplificar o 10h/dia porque 10 é um número bom para trabalhar. A técnica para armar uma regra de três composta é a seguinte:

2° PASSO:

Fazemos 2 TIMES. Os capitães de cada equipe estão no quadrinho que tem o x.

O x é o capitão de um time e, no caso, o 12 é o capitão do outro time.

O meio de campo é o sinal de igual (=)

Veja:

$$x \cdot \underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{Futuro Time}} = 12 \cdot \underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{Futuro Time}}$$

O quadrinho que tem o x visita um a um os demais quadrinhos.

3° PASSO:

O quadrinho que tem o x "visita" o 1° quadrinho.

x "convida os moradores do 1° quadrinho para jogar"

2 operários

12 dias

3 operários

x dias

Se as grandezas dos 2 quadrinhos são **DIRETAMENTE** proporcionais, vai para o time do x quem estiver em **DIAGONAL** com ele. (Veja que 2 está em diagonal com x e 3 está em diagonal com 12).

Se as grandezas representadas em cada quadrinho forem **INVERSAMENTE PROPORCIONAIS** entre si vai para o time do x aquele que estiver **LADO** a **LADO** com ele.
 No caso, dias e operários são inversamente proporcionais.
 Então, o 3 vai para o time do x e o 2 vai para o time do 12.

Fica: $x \cdot 3 = 12 \cdot 2$

4° PASSO:

O quadrinho que tem o x visita o segundo quadrinho.

Racionamos assim:

“Se para fazer 80m demorei 12 dias, para fazer **MAIS** do que 80m demoro **MAIS** do que 12 dias”.

As grandezas são **DIRETAMENTE PROPORCIONAIS**.

Portanto, ligamos em diagonal (**DIDI**).

O time fica: $x \cdot 3 \cdot 8 = 12 \cdot 2 \cdot 9$

5° PASSO:

O quadrinho do x visita o último quadrinho.

Dizemos: “trabalhando 10h/dia, faço uma obra em 12 dias. Se eu trabalhar **MENOS** horas por dia, demorarei **MAIS**”.

É **INVERSA**. Portanto, ligamos **LADO** a **LADO**.

O 10 vai para o time do 12 e o 6 vai para o time do x.

Então, a expressão fica: $x \cdot 3 \cdot 8 \cdot 6 = 12 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10$ Isolando x, obtemos: $x = 15$ dias

ATENÇÃO

Analise o que significariam as seguintes respostas:

A) $x = 15,5$ dias

B) $x = 15,2$ dias

PROBLEMAS

01. 18 operários constroem 60m de calçada em 15 dias, trabalhando 8h/dia. Em quanto tempo 45 operários constroem 50m de calçada trabalhando 6h/dia?

- A) 6 dias e 16h
- B) 6 dias e 6h
- C) 6 dias e 4h
- D) 6 dias e 6h e 12min
- E) 6 dias e 40min

02. (Carlos Chagas) Franco e Jade foram incumbidos de digitar os laudos de um texto. Sabe-se que ambos digitaram suas partes com velocidades constantes e que a velocidade de Franco era 80% da de Jade. Nessas condições, se Jade gastou 10 minutos para digitar 3 laudos, o tempo gasto por Franco para digitar 24 laudos foi?

- A) 1h e 15min
- B) 1h e 20min
- C) 1h e 30min
- D) 1h e 40min
- E) 2h

Gabarito _____
 01. C 02. D

DIVISÃO PROPORCIONAL

Vamos imaginar que temos 120 bombons para distribuir em partes diretamente proporcionais a 3, 4, e 5, entre 3 pessoas A, B e C, respectivamente.

Portanto:

1ª Pessoa - Recebe proporcional a 3 \textcircled{K} $A = 3 K$

2ª Pessoa - Recebe proporcional a 4 \textcircled{K} $B = 4 K$

3ª Pessoa - Recebe proporcional a 5 \textcircled{K} $C = 5 K$

Logo: $A + B + C = 120$ $3 K + 4K + 5K = 120$

ACHAR A CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE

$$K = \frac{120}{3k + 4k + 5k}$$

$$K=10$$

**IDÉIA
CENTRAL**

Logo:
 $A = 30.$
 $B = 40.$
 $C = 50.$

PROBLEMAS PROPOSTOS

1. Dividir o número 180 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 4.

2. Dividir o número 810 em parte diretamente proporcionais a $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$

3. Dividir o número 48 em partes inversamente proporcionais a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{8}$

DICA:

4. Dividir o número 305 em partes inversamente proporcionais a $\frac{3}{8}$, 5 e $\frac{5}{6}$.

DICA:

5. Dividir o número 118 em partes simultaneamente proporcionais a 2, 5, 9 e 6, 4, 3.

DICA:

6. Dividir o número 148 em partes diretamente proporcionais a 2, 6, 8 e inversamente proporcionais a $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e 0,4.

DICA:

7. Dividir o número 670 em partes inversamente proporcionais simultaneamente a $\frac{2}{5}$, 4, 0,3 e 6, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$.

DICA:

8. Uma herança foi dividida entre 3 pessoas em partes diretamente proporcionais às suas idades que são 32,38 e 45.

Se o mais novo recebeu R\$ 96000, quanto recebeu o mais velho?

DICA:

9. Uma empresa dividiu os lucros entre seus sócios, proporcionalmente a 7 e 11.

Se o 2º sócio recebeu R\$ 20.000,00 a mais que o 1º sócio, quanto recebeu cada um?

DICA:

10. Três sócios formam uma empresa. O sócio A entrou com R\$ 2000 e trabalha 8h/dia. O sócio B entrou com R\$ 3000 e trabalha 6h/dia. O sócio C entrou com R\$ 5000 e trabalha 4h/dia.

Se, na divisão dos lucros o sócio B recebe R\$ 90.000, quanto recebem os demais sócios?

DICA:

PROBLEMAS DE CONCURSOS

1. (Carlos Chagas) Certo mês o dono de uma empresa concedeu a dois de seus funcionários uma gratificação no valor de R\$ 500. Essa quantia foi dividida entre eles em partes que eram diretamente proporcionais aos respectivos números de horas de plantões que cumpriram no mês e, ao mesmo tempo, inversamente proporcionais à suas respectivas idades. Se um dos funcionários tinha 36 anos e cumpriu 24 horas de plantões e, outro, de 45 anos cumpriu 18 horas, coube ao mais jovem receber.

- a) R\$ 302,50
- b) R\$ 310,00
- c) R\$ 312,50
- d) 325,00
- e) 342,50

2. (Carlos Chagas) Na oficina de determinada empresa há um certo número de aparelhos elétricos a serem reparados. Incumbidos de realizar tal tarefa, dois técnicos dividiram o total de aparelho entre si, na razão inversa de seus respectivos tempos de serviço na empresa: 8 anos e 12 anos. Assim, se a um deles coube 9 aparelhos o total reparados foi:

- a) 21
- b) 20
- c) 18
- d) 15
- e) 12

Gabarito _____

01. C

02. D

PROBLEMAS PROPOSTOS

1. Havia em um acampamento 400 soldados, com alimentação prevista para 8 meses. Ao partirem desse acampamento 100 soldados, para quantos meses a mais durará a alimentação, se cada soldado restante passar a consumir $\frac{2}{3}$ de sua ração inicial?
a) 16 d) 8
b) 4 e) 2
c) 10
2. Em um livro de 300 páginas há 24 linhas por páginas. Se o mesmo texto fosse composto de 200 páginas, quantas linhas haveria em cada página, considerando constante o número de caracteres por linha?
3. Um gato e meio come um rato e meio em um minuto e meio. Em quanto tempo 1 gato come 2 ratos?
a) 2 min. d) 5 min.
b) 3 min. e) 2,5 min.
c) 4 min.
4. 32 homens constroem 50m de calçada em 28 dias, trabalhando 7h/dia. Em quanto tempo 48 homens construirão 90m de calçada trabalhando 8h/dia?
a) 29 dias, 3h e 12 min.
b) 29 dias, e 4h.
c) 29 dias, 9h e 36 min.
d) 29 dias.
e) 29 dias e 5h.
5. 15 pessoas trabalhando 10h/dia controem 2.400 peças em 20 dias. Quantas peças serão produzidas por 25 pessoas que em 18 dias trabalham 9h/dia.
6. 5 operários que trabalham 12h/dia, cavam 60m de uma sanga em 18 dias. Quantos metros cavam em 30 dias, 24 operários que trabalhem 10h/dia?
7. 12 homens colocam 300m^2 de piso em 4 dias trabalhando 5h/dia. Quantas h/dia deveriam trabalhar 20 homens para colocar 400m^2 do mesmo tipo de piso em 5 dias?
a) 3h e 20min.
b) 3h e 2min.
c) 3h e 12min.
d) 5h.
e) 2h e 8min.
8. Três pedreiros constroem 150m de muro, com 3m de altura em 5 dias teabalhando 10h/dia. Determinar quantos dias serão necessários para que 5 pedreiros construam 240m de muro, com 1,5 metros de altura trabalhando 8h/dia.
9. Doze homens podem arar um campo em 8 dias trabalhando 5h/dia. Quanto tempo levarão para arar o mesmo campo, 20 homens trabalhando 6h/dia?
10. Uma máquina de 2,5kw aquece 2,5 litros de água em 2 min. e meio. Em quanto tempo uma máquina de 1kw aquece 2 litros de água?
a) 1 min. d) 4min.
b) 2 min. e) 5 min.
c) 3 min.

PROBLEMAS PROPOSTOS

- 11.** Uma máquina de 2kw aquece 2 litros de água em 2 min. Quantos litros uma máquina de 1kw aquecerá em 1 min.?
 a) 1 litro d) 2 litro
 b) 1,5 litro e) 0,25 litro
 c) 0,5 litro
- 12.** Um grupo de 10 trabalhadores pode fazer uma estrada em 96 dias, trabalhando 6h/dia. Se o mesmo grupo trabalhar 8h/dia, a estrada será concluída em
 a) 72 dias d) 90 dias
 b) 84 dias e) 60 dias
 c) 128 dias
- 13.** Um automóvel, com velocidade de 80km/h, percorre uma estrada de 1h e 30min. Em quanto tempo o mesmo automóvel percorrerá $\frac{3}{5}$ da mesma estrada com 25% da velocidade inicial?
 a) 3h e 36min.
 b) 3h
 c) 3h e 30min.
 d) 2h e 16min.
 e) 2h e 36min.
- 14.** $\frac{3}{5}$ de um serviço foram executados em 25 dias por 15 operários trabalhando 8h/dia. Depois, foram contratados 5 novos operários e o número de horas de trabalho passou a ser 10h/dia. Em quanto tempo o serviço será concluído?
 a) 10 dias d) 20 dias
 b) 15 dias e) 18 dias
 c) 2,5 dias
- 15.** Quinze operários, trabalhando 8h/dia, em 30 dias manufacturaram 900 pares de sapatos. Quantos pares serão manufacturados por 8 operários, trabalhando 40 dias de 6h, sabendo-se que os novos sapatos apresentam o dobro de dificuldade dos primeiros?
 a) 85 d) 480
 b) 135 e) 960
 c) 240
- 16.** A metade de um trabalho foi feito em 15 dias por 6 operários. No fim desse tempo, 4 operários abandonaram o serviço. Os operários restantes terminarão o trabalho em
 a) 45 dias b) 25 dias c) 40 dias d) 18 dias e) 12 dias
- 17.** 20 operários constroem 12m de muro em 8 dias trabalhando 6h/dia. Em quanto tempo 18 operários construirão 60m de muro trabalhando 10h/dia sabendo que a capacidade destes 18 operários é o dobro da capacidade dos anteriores mas o grau de dificuldade deste serviço é 20% a mais que o anterior.
- 18.** Um motorista demora 5 dias para percorrer 900km com uma velocidade média de 36km/h, com n horas diárias. Em quantos dias percorrerá 1.920km a 80km/h dirigindo 2 horas diárias a menos do que dirigiu na primeira situação?

GABARITO

- | | | | | | | |
|------------------|---------------------|--------------------|-------------------|----------------|----------------|--------------|
| 1. A | 2. 36 linhas | 3. B | 4. A | 5. 3240 | 6. 400m | 7. C |
| 8. 3 dias | 9. 4 dias | 10. E | 11. C | 12. A | 13. A | 14. A |
| 15. D | 16. A | 17. 16 dias | 18. 8 dias | | | |

RAZÕES E PROPORÇÕES

AULA 6

CASOS PARTICULARES

CASOS PARTICULARES

Na regra de três, se supõe que todos os trabalhadores tem mesma capacidade em cada situação descrita. Há porém alguns problemas que parecem regra de três, mas não são porque as capacidades dos operários diferem entre si.

Exemplo 1

Pico e Paco constroem 200m² de parede em 5 dias. Sozinho, Paco constrói 72m² de parede em 3 dias, em quantos dias Pico colocaria sozinho 96m² de parede?

SOLUÇÕES

1º MÉTODO – MÉTODO DAS VELOCIDADES

Velocidades juntos = $\frac{200\text{m}^2}{5 \text{ dias}} = 40\text{m}^2/\text{dia}$

Velocidade de Paco = $\frac{72\text{m}^2}{3 \text{ dias}} = 24\text{m}^2/\text{dia}$

Se juntos, fazem 40m² em 1 dia é porque isso se deve a *soma de seus serviços*.

$$\text{Assim: } 40\text{m}^2 = \frac{24\text{m}^2}{\text{Paco}} + \frac{X}{\text{Pico}}$$

Pico = 16m²/dia

E, podemos arrematar com regra de três.

$$\begin{array}{r} 16\text{m}^2 \quad \times \quad 1 \text{ dia} \\ 96\text{m}^2 \quad \times \quad X \end{array}$$

$$X = \frac{96\text{m}^2/\text{dia}}{16\text{m}^2}$$

PICO demora 6 dias

Exemplo 2

Carlos e João fazem um Censo em 12 dias. Se Carlos sozinho demora 20 dias para fazer o Censo, João fará o Censo sozinho em

- 8 dias
- 32 dia
- 24 dias
- 28 dias
- 30 dias

2º MÉTODO

Quando o serviço a ser feito é constante.

Pode-se usar a fórmula:

$$t = 30 \text{ dias}$$

tt = tempo total juntos

t₁ e t₂ = tempo total de cada um individualmente.

$$\frac{1}{tt} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \dots$$

$$\text{Assim: } \frac{1}{12} = \frac{1}{20} + \frac{1}{t}$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{t}$$

$$t = 30 \text{ dias}$$

PROBLEMAS

- Carlos e Antônio, trabalhando juntos colocam 90m² de piso em 3 dias. Se Carlos, sozinho, coloca 180m² em 10 dias, em quantos dias Antônio, sozinho colocará 60m²?
- Pedro e Paulo, trabalhando juntos, capinaram a terça parte de uma lavoura em 6 dias. A outra terça parte foi capinada por Pedro, sozinho em 10 dias. Quantos dias Paulo irá gastar para capinar sozinho a última terça parte?
- Um operário já tinha executado um terço de um trabalho em 6 dias. Foi contratado um segundo operário para auxiliá-lo, e juntos, concluíram o serviço em mais 4 dias de trabalho. Determinar em quantos dias o segundo operário executaria sozinho todo o serviço.
- João e Marcos capinaram a metade de uma lavoura em 8 dias. Marcos, trabalhado sozinho, capina $\frac{1}{4}$ de toda lavoura em 10 dias. Quanto tempo João demoraria para capinar sozinho uma lavoura cujo tamanho fosse $\frac{3}{4}$ da primeira?
- Uma caixa d'água de 960m³ possui uma tubulação que alimento e que a enche em 7h. Possui

também um “ladrão” que a esvazia em 12h. Com a água jorrando, enchendo a caixa e o “ladrão” funcionando simultaneamente, em quanto tempo a caixa d’água ficará cheia?

- a) 16h e 8 min.
- b) 14h e 8 min.
- c) 16h e 28min.
- d) 16h e 48min.
- e) 14h e 48min.

06. Uma torneira enche um tanque em 6h e um ralo o esvazia em 8h. Estando o tanque vazio e os dois registros abertos, em quanto tempo o tanque encherá?

07. Uma torneira enche um tanque em 8h. Uma outra torneira enche o mesmo tanque em 3h. Um ralo esvazia todo o tanque, sozinho em 4h. Estando o tanque pela metade, em quanto tempo o tanque encherá?

- a) 2h e 40min.
- b) 24min.
- c) 2h e 15min.
- d) 2h e 24min.
- e) 48min.

08. Uma torneira enche um tanque em 5h e outra em 7h. Estando o tanque vazio e as duas torneira abertas, em quanto tempo o tanque encherá?

09. Dois homens, trabalhando juntos, podem fazer um trabalho em 20 dias. Se trabalhassem sozinhos, um deles levaria 9 dias mais do que o outro para fazer o mesmo trabalho. Se o mais lento leva x dias para fazer o trabalho sozinho, o valor de x é a solução da equação

- a) $x + (x+9) = 20$
- b) $(1/x) + 1/(x+9) = 20$
- c) $(1/x) + [(1/x) + 9] = 1/20$
- d) $(1/x) + 1/(x+9) = 1/20$
- e) $(1/x) + 1/(x-9) = 1/20$

10. Duas fontes abastecem um tanque. A primeira sozinha o enche em 5h e a segunda sozinha o

enche em 4h. Há um registro que esvazia todo o tanque em 2h. Estando o tanque com $3/5$ do seu volume contendo água, em quanto tempo o tanque encherá ou esvaziará completamente com os 3 registros funcionando?

- a) 12h
- b) 8h
- c) 20h
- d) 7,2
- e) 15h

11. Duas torneiras funcionando juntas, encham um reservatório em 24min. Se funcionarem isoladamente, a segunda gastará 36min. a mais que a primeira. Achar o tempo que cada uma gasta para encher o tanque.

12. Darci e Dirceu fazem juntos um serviço em 15 dias. Se Darci, sozinho faz o serviço em 20 dias, Dirceu fará sozinho a METADE do serviço em quantos dias?

- a) 60 dias
- b) 30 dias
- c) 45 dias
- d) 35 dias
- e) 25 dias

13. Paulo demora 5 dias a mais do que Pedro para fazer um serviço. Se juntos fazem o serviço em 6 dias, em quanto tempo cada um faz o serviço individualmente?

- a) 3 e 10
- b) 3 e 8
- c) 10 e 15
- d) 7 e 30
- e) 9 e 14

GABARITO

- | | | |
|-------------------|------------------------------|--------------------|
| 1. 5 dias | 2. 15 dias | 3. 9 dias |
| 4. 20 dias | 5. D | 6. 24 horas |
| 7. D | 8. 2h55min. | 9. D |
| 10. A | 11. 36min. e 1h12min. | |
| 12. B | 13. C | |

RAZÕES E PROPORÇÕES

AULA 7

PROPRIEDADE DAS PROPORÇÕES

PROPRIEDADE DAS PROPORÇÕES

Imaginemos uma receita de Bolo

| | | | | |
|-------------|----------------------------------|---------------------|--------------|----------------|
| 1 RECEITA | A 4 Xícaras de farinha | B 6 ovos | 240 mL leite | 180g de açúcar |
| 1/2 RECEITA | C 2 Xícaras de farinha | D 3 ovos | 120 mL leite | 90g de açúcar |
| 2 RECEITA | F 8 Xícaras de farinha | G 12 ovos | 480 mL leite | 360g de açúcar |
| 1,5 RECEITA | P 6 Xícaras de farinha | Q 9 ovos | 360 mL leite | 270g de açúcar |

Então, se houver

| | | | |
|-----------------------------------|--------|------------|---------------|
| R 14 xícaras de farinha | x ovos | y mL leite | z g de açúcar |
|-----------------------------------|--------|------------|---------------|

Teremos que calcular x , y e z por REGRA DE TRÊS (PROPORÇÕES).

PROPRIEDADES

01. $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$ ou $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

02. $\frac{A+C}{A} = \frac{B+D}{B}$ OU $\frac{A+B}{A} = \frac{C+D}{C}$

03. $\frac{F-P}{P} = \frac{G-Q}{Q}$ OU $\frac{F-P}{F} = \frac{G-Q}{G}$

RESUMINDO

TUDO O QUE VALE NO "BOLO" VALE NAS PROPORÇÕES.

CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE

Considere as informações da tabela.

| A | B |
|----|----|
| 5 | 10 |
| 6 | 12 |
| 7 | 14 |
| 9 | 18 |
| 13 | 26 |
| 15 | 30 |

As colunas **A** e **B** não são iguais mas são PROPORCIONAIS.
Então, podemos escrever:

$$5 \propto 10$$

$$6 \propto 12$$

$$9 \propto 18$$

Mas,

TODA PROPORÇÃO SE TRANSFORMA EM UMA IGUALDADE QUANDO MULTIPLICADA POR UMA CONSTANTE.

Assim, podemos afirmar que:

$$5k = 10$$

$$6k = 12$$

⋮

⋮

$$9k = 18$$

Onde a **CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE k** é igual a **DOIS** ($k = 2$).

Exemplo

A idade de um pai está para a idade do filho assim como 9 está para 4.
Determine essas idades sabendo que a diferença entre elas é 35 anos.

Resolução

$$\begin{cases} \frac{P}{F} = \frac{9}{4} \\ P - F = 35 \end{cases}$$

Como já vimos, as PROPORÇÕES ocorrem tanto "VERTICALMENTE" como "HORIZONTALMENTE".

Então, podemos dizer que:

| | | |
|-------------------|-----------------------|-------|
| P está para 9 | | P ∝ 9 |
| <i>assim como</i> | <i>Simbolicamente</i> | |
| F está para 4 | | F ∝ 4 |

Usando a propriedade de que "*toda proporção se transforma em uma igualdade quando multiplicada por uma constante*", temos:

$$P = 9k \quad \text{e} \quad F = 4k$$

Logo, a expressão fica:

$$P - F = 35$$

$$9k - 4k = 35$$

$$5k = 35$$

$$k = 7$$

$$\text{Assim } \begin{matrix} P = 9 \times 7 \\ P = 63 \end{matrix} \quad \text{e} \quad \begin{matrix} F = 4 \times 7 \\ F = 28 \end{matrix}$$

PROBLEMAS PROPOSTOS

01. Se $\frac{x}{9} = \frac{y}{13}$ e $x + y = 154$

03. $x + y = \frac{21}{10}$ e $\frac{x}{y} = \frac{5}{16}$

Determine x e y:

02. A idade de uma pai está para a idade do filho assim como 7 está para 3. Se a diferença entre essas idades é 32 anos, determine a idade de cada um.

Gabarito

01. $x = 63$ $y = 91$

02. 56 e 24

03. $x = 0,5$ $y = 1,6$

RAZÕES E PROPORÇÕES

AULA 8

DIVISÃO PROPORCIONAL

DIVISÃO PROPORCIONAL

Vamos imaginar que temos 120 bombons para distribuir em partes diretamente proporcionais a 3, 4, e 5, entre 3 pessoas A, B e C, respectivamente.

Portanto:

1ª Pessoa - Recebe proporcional a 3 Ⓢ $A = 3 K$

2ª Pessoa - Recebe proporcional a 4 Ⓢ $B = 4 K$

3ª Pessoa - Recebe proporcional a 5 Ⓢ $C = 5 K$

Logo: $A + B + C = 120$ $3 K + 4K + 5K = 120$

ACHAR A CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE

$$K = \frac{120}{3k + 4k + 5k}$$

K=10

**IDÉIA
CENTRAL**

Logo: $A = 30.$
 $B = 40.$
 $C = 50.$

PROBLEMAS PROPOSTOS

1. Dividir o número 180 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 4.

2. Dividir o número 810 em parte diretamente proporcionais a $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$

3. Dividir o número 48 em partes inversamente proporcionais a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{8}$

DICA:

4. Dividir o número 305 em partes inversamente proporcionais a $\frac{3}{8}$, 5 e $\frac{5}{6}$.

DICA:

5. Dividir o número 118 em partes simultaneamente proporcionais a 2, 5, 9 e 6, 4, 3.

DICA:

6. Dividir o número 148 em partes diretamente proporcionais a 2, 6, 8 e inversamente proporcionais a $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e 0,4.

DICA:

7. Dividir o número 670 em partes inversamente proporcionais simultaneamente a $\frac{2}{5}$, 4, 0,3 e 6, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$.

DICA:

8. Uma herança foi dividida entre 3 pessoas em partes diretamente proporcionais às suas idades que são 32,38 e 45.

Se o mais novo recebeu R\$ 96000, quanto recebeu o mais velho?

DICA:

9. Uma empresa dividiu os lucros entre seus sócios, proporcionalmente a 7 e 11.

Se o 2º sócio recebeu R\$ 20.000,00 a mais que o 1º sócio, quanto recebeu cada um?

DICA:

10. Três sócios formam uma empresa. O sócio A entrou com R\$ 2000 e trabalha 8h/dia. O sócio B entrou com R\$ 3000 e trabalha 6h/dia. O sócio C entrou com R\$ 5000 e trabalha 4h/dia.

Se, na divisão dos lucros o sócio B recebe R\$ 90.000, quanto recebem os demais sócios?

DICA:

PROBLEMAS DE CONCURSOS

1. (Carlos Chagas) Certo mês o dono de uma empresa concedeu a dois de seus funcionários uma gratificação no valor de R\$ 500. Essa quantia foi dividida entre eles em partes que eram diretamente proporcionais aos respectivos números de horas de plantões que cumpriram no mês e, ao mesmo tempo, inversamente proporcionais à suas respectivas idades. Se um dos funcionários tinha 36 anos e cumpriu 24 horas de plantões e, outro, de 45 anos cumpriu 18 horas, coube ao mais jovem receber.

- a) R\$ 302,50
- b) R\$ 310,00
- c) R\$ 312,50
- d) 325,00
- e) 342,50

2. (Carlos Chagas) Na oficina de determinada empresa há um certo número de aparelhos elétricos a serem reparados. Incumbidos de realizar tal tarefa, dois técnicos dividiram o total de aparelho entre si, na razão inversa de seus respectivos tempos de serviço na empresa: 8 anos e 12 anos. Assim, se a um deles coube 9 aparelhos o total reparados foi:

- a) 21
- b) 20
- c) 18
- d) 15
- e) 12

Gabarito _____

01. C 02. D

PROBLEMAS PROPOSTOS

- 01.** Dividir o número 72 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 4.
- 02.** Dividir o número 240 em partes diretamente proporcionais a 9, 10 e 11.
- 03.** Dividir o número 495 em partes diretamente proporcionais a $2/3$, 4 e $5/6$.
- 04.** Dividir o número 4550 em partes diretamente proporcionais a $3/4$, $1/2$, e $5/9$.
- 05.** Dividir o número 600 em partes *inversamente* proporcionais a $1/3$, $1/8$ e $1/9$.
- 06.** Dividir o número 291 em partes *inversamente* proporcionais a 2, $3/4$ e $5/7$.
- 07.** Dividir o número 250 em partes diretamente proporcionais a 15, 9 e 6.
- 08.** Dividir o número 60 em partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 5.
- 09.** Dividir o número 60 em parte diretamente proporcionais a 6, 8 e 10.
- 10.** Dividir o número 60 em partes diretamente proporcionais a 4,5; 6 e 7,5.
- 11.** de que outras maneiras poderíamos dividir o número 60 para obtermos o *mesmo resultado* dos problemas anteriores.
- 12.** Dividir o número 240 em 3 partes de tal forma que a primeira esteja para a segunda como 3 está para 4 e que a segunda esteja para a terceira como 6 está para 7,5.
- 13.** Dividir o número 500 em 3 partes de tal forma que o primeiro seja $2/3$ do segundo e que o terceiro seja igual ao dobro do primeiro acrescido da quarta parte desse dobro.
- 14.** Dividir o número 650 em partes diretamente proporcionais simultaneamente a 3, 7, 8 e 9, 2, 3.
- 15.** Dividir o número 4590 diretamente proporcional a 6, 15 e 18 e *inversamente* proporcional a $3/5$, 8 e 0,9.
- 16.** Um número X é dividido proporcionalmente a 2 e a 3. Contudo, se este mesmo número X fosse dividido proporcionalmente a 5 e 7, a Segunda parte ficaria diminuída em 16 unidades. Determine o número.
- 17.** Um certo número é dividido proporcionalmente a 3, 5 e 8. Determine o número e cada uma das três partes sabendo que o quádruplo da primeira mais o dobro do segundo menos o dobro do terceiro é igual a 36.
- 18.** Um certo número é dividido proporcionalmente a 7 e 8. No entanto se fosse dividido proporcionalmente a 3 e 9, a primeira parte ficaria diminuída em 26 unidades. Determine o número e as partes.
- 19.** Certa herança foi dividida de forma proporcional às idades dos herdeiros, que tinham 35, 32 e 23 anos. Se o mais velho recebeu \$ 525,00 quanto coube ao mais novo?
- a) \$ 230,00 d) \$ 345,00
b) \$ 245,00 e) \$ 350,00
c) \$ 325,00
- 20.** Certa quantia foi dividida entre duas pessoas em partes proporcionais a 5 e 8. Se a Segunda recebeu \$ 3600 a mais que a primeira determine o total distribuído e a parte que correspondeu a cada pessoa.
- 21.** Na sucessão de números inversamente proporcionais 6, 16, 4 e 8 X, 12 o valor de X é:
- a) 10 d) 4 b) 8
e) 6 c) 3

PROBLEMAS PROPOSTOS

- 36.** Em uma pesquisa eleitoral, de um universo de 240 pessoas entrevistadas, 50 votam no candidato A, 90 no candidato B e 80 no candidato C. Os restantes votam em branco. Mantendo-se esta proporção, podemos dizer que em 150 milhões de eleitores, o vencedor terá
- a) 56,25 milhões
b) 35 milhões
c) 31,25 milhões
d) 50 milhões
e) mais de 120 milhões
- 37.** 165 balas foram distribuídas entre 3 irmãos, cujas idades somadas totalizaram 33 anos. Sabendo-se que a distribuição foi diretamente proporcional à idade de cada um, que o mais moço recebeu 40 balas e o do meio 50, calcular suas idades.
- a) 6, 13, 14
b) 7, 9, 17
c) 3, 12, 18
d) 6, 11, 16
e) 8, 10, 15

GABARITO

- 01.** 16, 24, 32
02. 72, 80, 88
03. 60, 360, 75
04. 1890, 1260, 1400
05. 90, 240, 270
06. 45, 120, 126
07. 125, 75, 50
08. 15, 20, 25
09. 15, 20, 25
10. 15, 20, 25
11. Qualquer seqüência proporcional a 3, 4, 5
12. 60, 80, 100
13. 100, 150, 250
14. 270, 140, 240
15. 1440, 270, 2880
16. 960
17. 18, 30, 48 N = 96
18. N = 120 A) 56 e 64 B) 30 e 90
19. D
20. 15600 A = 6000 B = 9600
21. C
22. B
23. 9 e 36
24. 252 e 432
25. 62900 (17000, 20400, 25500)
26. \$ 1446
27. \$ 6000
28. E
29. \$ 380
30. 630, 360, 210
31. 135, 360, 240
32. D
33. B
34. 56, 49, 146
35. C
36. A
37. E

ANOTAÇÕES

UNIDADE
PERCENTAGEM

PORCENTAGEM

PORCENTAGEM

É a razão entre um determinado número e 100.

EXEMPLO 1

25% significa 25 em cada 100.

Na **forma fracionária** : $25/100$ que simplificando dá $1/4$ e $1/4$ na **forma decimal** é $0,25$.

Assim, saiba que:

| PERCENTAGEM | FRACIONARIA | DECIMAL |
|-------------|-----------------|---------|
| 50% | $50/100 = 1/2$ | 0,5 |
| 25% | $25/100 = 1/4$ | 0,25 |
| 75% | $75/100 = 3/4$ | 0,75 |
| 20% | $20/100 = 1/5$ | 0,2 |
| 10% | $10/100 = 1/10$ | 0,1 |

EXEMPLO 2

A) Passe para a forma decimal e fracionária:

- 1) 30% 3) 45%
2) 80% 4) 5%

B) Passe para a forma percentual e fracionária:

- 1) 0,4 4) 0,02
2) 0,65 5) 0,015
3) 0,125 6) 0,75

EXEMPLO 3

Em uma mistura, colocamos 4 partes de areia e 1 parte de cimento. Podemos dizer que a proporção de cimento da mistura é de:

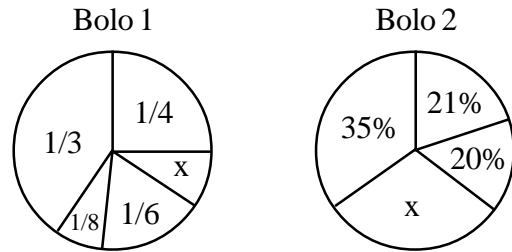
Uma parte sobre um total de cinco partes da mistura ou seja, $1/5$.

E na forma PERCENTUAL, a percentagem de cimento na mistura é $1/5 = 20/100$ ou 20%.

Podemos também afirmar que a percentagem da areia é

EXEMPLO 4

Qual o percentual do bolo que corresponde a x ?

**Problemas a serem resolvidos mentalmente**

São aqueles que envolvem 10%, 25%, 50%, etc...

Determine:

- A) Os 10% de $\boxed{850}$ $\boxed{47}$ $\boxed{12,5}$ (tira um zero ou corre a virgula e casa para a esquerda).
B) Os 50% de $\boxed{500}$ $\boxed{2}$ (metade).
C) Os 25% de $\boxed{200}$ (quarta parte)
D) Os 5% de $\boxed{540}$ (calculamos os 10% e dividimos por 2)
E) Os 75% de $\boxed{240}$ (calculamos a $1/4$ parte e multiplicamos por 3)

PORCENTAGEM QUALQUER

Fazemos uma **regra de três direta** ou passamos da forma fracionária para a forma decimal e daí para a percentagem e vice-versa.

EXEMPLO 1

De 70 tiros dados por um caçador, 42 atingiram o alvo. Qual a percentagem do acerto?

SOLUÇÃO:

$$\frac{42}{70} = 0,6 = 60\%$$

ou

$$\begin{array}{r} 70 \text{ ————— } 100\% \\ 42 \text{ ————— } x \end{array}$$

EXEMPLO 2

Determinar 7% de 250.

$$\frac{250}{x} = \frac{100\%}{7\%} \quad x = \frac{7 \times 250}{100} = 17,5$$

REGRA DO BALCONISTA

(Todo o bom vendedor SABE!)

É aquela que com uma única conta chega diretamente ao novo número.

| ACRÉSCIMO (Direto) | | |
|--|---|--|
| $\frac{100 + it}{100}$ $it =$ percentagem de acréscimo ou desconto | | |
| 20% sobre X $\frac{100 + 20}{100} = 1,2$ | 100% sobre P $\frac{100 + 100}{100} = 2$ | 5% sobre X $\frac{100 + 5}{100} = 1,05$ |
| 1,2 X | 2 P | 1,05 X |
| Número que multiplica X é maior que 1 = Acréscimo sobre X | | |

| DESCONTO (Direto) | |
|--|--|
| $\frac{100 - it}{100}$ 10% sobre X | $\frac{100 - 10}{100} = 0,9$ |
| Multiplicar por 0,9 equivale a um desconto de 10% | |
| 40% sobre N $\frac{100 - 40}{100} = 0,6$ | 92% sobre K $\frac{100 - 92}{100} = 0,08$ |
| 0,6 N | 0,08 K |
| Número que multiplica X é menor que 1 = Desconto sobre X | |

Exemplo 1

Um círculo A tem área 1,25 vezes maior que um círculo B. Podemos dizer que o círculo A é 25% maior que o círculo B.

CUIDADO: o círculo B não é 25% menor que o círculo A!

Veja: A proporção é

$$\frac{\text{CÍRCULO A}}{\text{CÍRCULO B}} = \frac{125}{100} = 1,25$$

Círculo A é 1,25 vezes B, o acréscimo é de 25% sobre B ou 25% maior que B.

Mas $\frac{\text{CÍRCULO B}}{\text{CÍRCULO A}} = \frac{100}{125} = 0,8$

O círculo B é 0,8 vezes o círculo A. Portanto o tamanho do círculo B é o tamanho do círculo A **descontado de 20%**. B é 20% menor do que A.

Exemplo 2

Um preço P sofre um desconto de 22%. Podemos dizer que o novo preço é:

- a) 78P
- b) 122P
- c) P - 22
- d) 0,22P
- e) 0,78P

Exemplo 3

Se um número x é multiplicado por 1,3 e um número y é multiplicado por 0,6 podemos afirmar que:

- x sofreu um acréscimo de 30%
- y sofreu um desconto de 40%

Confira pela Regra do Balconista.

Atenção

Acréscimo de 100% P o valor fica 2 vezes maior.

Acréscimo de 200% P o valor fica 3 vezes maior.

Acréscimo de 300% P o valor fica 4 vezes maior.

PORCENTAGEM

- 01.** Identifique a porcentagem de acréscimo ou desconto sobre x :
- a) $1,12.x =$ b) $0,74.x =$
 c) $1,08.x =$ d) $0,08.x =$
 e) $1,005.x =$ f) $0,85.x =$
 g) $1,4.x =$ h) $0,6.x =$
- 02.** 20% elevado ao quadrado é igual a:
- a) 40% b) 400%
 c) 4% d) 0,4%
- 03.** Um quadrado de lado l , tem área A . Se aumentarmos de 20% o comprimento do lado l , sua área passará a ser:
- a) $20A$ b) $1,2A$ c) $400A$
 d) $4A$ e) $1,44A$
- 04.** Um quadrado de lado l tem área A . Se aumentarmos 10% o comprimento de cada lado, a nova área aumentará:
- a) 40% b) 20% c) 21%
 d) 10% e) 100%
- 05.** Qual o número que diminuído de seus 40% vale 720?
- 06.** Qual a quantia que aumentada de 20% produz 480?
- 07.** Aproveitando uma promoção que concedia 27% de desconto para o pagamento à vista de um produto, paguei \$ 5986. Qual o preço original?
- 08.** Sobre uma fatura de \$ 5800, se concede o abatimento de \$ 145. Qual a porcentagem do abatimento?
- 09.** Uma fatura sofreu um abatimento de 5% e produziu o líquido de \$ 25.555. De quanto era a fatura?
- 10.** Em uma firma 25% são contratados e os 180 funcionários restantes são efetivos. Qual o total de funcionários da firma?
- 11.** Misturam-se 30 litros de álcool com 20 litros de gasolina. Qual a porcentagem de gasolina na mistura?
- 12.** De um total de 60 questões, Carlos acertou 42. Qual a porcentagem de erro?
- 13.** Um operário A reboca 12m^2 e seu serviço é $1/4$ maior do que seu colega B. Quanto reboca B?
- a) 16m^2 b) 15m^2 c) 8m^2
 d) 9m^2 e) $9,6\text{m}^2$
- 14.** Um operário A constrói 12m^2 de muro e seu colega B constrói $1/4$ a menos do que A. Quanto constrói B?
- a) $3/4\text{m}^2$ b) 9m^2 c) 8m^2 d) $9,6\text{m}^2$
- 15.** Se o salário de Pedro é $3/4$ do salário de João, podemos afirmar que:
- a) O salário de João é 25% maior que o de Pedro.
 b) O salário de João é 75% maior que o de Pedro.
 c) O salário de Pedro é 75% maior que o de João.
 d) O salário de João é $33\frac{1}{3}\%$ maior que o de Pedro.
 e) O salário de João é $1/4$ maior que o de Pedro.
- 16.** Se a razão entre o valor **bruto** e **líquido** de certo salário é de $6/5$. O valor descontado representa que fração do salário líquido?
- a) $1/5$ b) $1/6$ c) $2/5$ d) $2/6$ e) $5/6$
- 17.** A razão entre o salário **líquido** e **bruto** do Dr. Carlos é $5/8$. O valor descontado representa que fração do salário líquido?
- a) $3/8$ b) $1/4$ c) $2/5$ d) $3/5$ e) $1/3$
- 18.** Três operários tem seus salários relacionados da seguinte forma:
A ganha 20% a mais que **B** e **C** ganha 30% a mais do que **A**. Se juntos ganham \$ 13.912, o salário de **A**, **B** e **C** é respectivamente:
- a) \$3760, \$4512, \$5865,60
 b) \$4512, \$3760, \$5865,60
 c) \$3700, \$4440, \$5772
 d) \$4440, \$3700, \$5772
 e) \$3600, \$3000, \$4680
- 19.** Quatro operários tem seus salários relacionados da seguinte forma: Carlos ganha 12% a mais que João. Antônio ganha 20% a mais que Carlos e Paulo ganha 10% a menos que Carlos. Se juntos ganham \$ 22.360, qual o salário de cada um?
- 20.** Ao afirmarmos que um produto **A** é 25% mais **caro** que um produto **B**, podemos afirmar:
- a) **B** é 25% mais barato que **A**.
 b) **B** é $1/4$ mais barato que **A**.
 c) **A** é $1/5$ mais caro que **B**.
 d) **B** é 20% mais barato que **A**.
 e) **A** é 20% mais caro que **B**.

LUCRO E PREJUÍZO

$$PV > PC$$

| |
|--|
| Lucro (Exemplo 20%) |
| 1. LUCRO SOBRE O PREÇO DE CUSTO |
| PC = 100% PV = 120% |
| 2. LUCRO SOBRE O PREÇO DE VENDA |
| PV = 100% PC = 80% |

$$PV < PC$$

| |
|---|
| Prejuízo (Exemplo 15%) |
| 1. PREJUÍZO SOBRE O PREÇO DE CUSTO |
| PC = 100% PV = 85% |
| 2. PREJUÍZO SOBRE O PREÇO DE VENDA |
| PV = 100% PC = 115% |

EXEMPLOS BÁSICOS

| |
|--|
| 1A. Uma mercadoria foi vendida por \$ 52, com lucro de 30%, sobre o PC. Qual o preço do custo? |
| 1B. Uma mercadoria foi vendida com lucro de 20% sobre o PV. Se foi comprada por \$ 40, qual o PV? |
| 2A. Uma mercadoria foi vendida por \$ 54, com prejuízo de 10% sobre o PC. Qual o PC? |
| 2B. Uma mercadoria foi vendida com prejuízo de 20% sobre o PV. Se o PC é \$ 60, qual o PV? |

Problemas de Lucro, Prejuízo e Impostos

- Uma mercadoria foi vendida por \$432 com lucro de 20% sobre o preço de custo. Qual o preço de custo?
- Uma mercadoria foi vendida com lucro de 30% sobre o preço de venda. Se foi comprada por \$56, qual o PV?
- Uma mercadoria foi vendida por \$480 com o prejuízo de 25% sobre o PC. Qual o preço de custo?
- Um produto foi vendido com prejuízo de 12% sobre o preço de venda. Se o PC é \$1344, qual é o PV?
- Um comerciante compra uma mercadoria por X. Se ele a vende com um lucro de 25% sobre o PC, podemos afirmar que o preço de venda é:
 - 25X
 - 125X
 - 0,25X
 - 1,25X
 - 2,5X
- O preço de venda de uma mercadoria é PV. Porém na promoção, há um desconto de 15%. O comprador pagará:
 - 15PV
 - 1,15PV
 - 0,15PV
 - 85PV
 - 0,85PV
- Uma mercadoria foi vendida por \$ 83.776 com um lucro de 12% sobre o preço de custo. Qual o PC?
- Uma mercadoria foi vendida com o prejuízo de 9% sobre o PV. Se o preço de custo é \$4905, qual o PV?
- Um produto foi vendido com lucro de 40% sobre o PV. Se foi comprado por \$840, qual o preço de venda?
- Um produto foi vendido por \$ 68.875 com prejuízo de 5% sobre o PC. Qual o PC?

GABARITO

- | | | |
|---------------------|--------------------|--------------------|
| 01. \$ 360 | 02. \$ 80 | 03. \$ 640 |
| 04. \$ 1200 | 05. D | 06. E |
| 07. \$ 74800 | 08. \$ 4500 | 09. \$ 1400 |
| 10. \$ 72500 | | |

PROBLEMAS PROPOSTOS

1) 68% dos candidatos correspondem a 3.400 pessoas. Qual o total de candidatos?

2) (FAURGS) A população de verão de uma cidade do litoral corresponde a 1110% da população de inverno. Se no verão há 2.997.000 habitantes, qual a população de inverno?

3) Em uma empresa, 60% dos funcionários são mulheres. Das mulheres, 40% são casadas. Das casadas, 20% são mães. Se o total de mães é 96, determine o número de funcionários homens da firma.

A) 2.000

B) 20%

C) 1.200

D) 800

E) 40%

4) O salário de João é R\$ 1.200. Se João gasta R\$ 450 no aluguel podemos afirmar que o valor do aluguel corresponde a __ __ __ % do salário de João

5) Em uma cidade o número de mulheres corresponde a 60% do número de homens. Qual o percentual de homens da cidade?

6) A razão entre o número de mulheres e o número de homens de uma cidade é $\frac{3}{5}$. Qual o percentual de homens da cidade?

7) O número de homens de uma cidade corresponde a 25% do número de mulheres. Qual o percentual de mulheres da cidade?

A) 85%

B) 65%

C) 70%

D) 20%

E) 80%

8) Uma pessoa dispõe de R\$ 10.000,00 para investir. Parte deste dinheiro ele investe em um fundo que remunera ao final da aplicação, 6% sobre o capital investido. O restante do dinheiro é aplicado em ações que após certo tempo, rendem 8% sobre o capital investido. Se os rendimentos obtidos nas duas aplicações somam juntos R\$ 672,00 determine o valor aplicado em fundos e o valor aplicado em ações.

9) Uma aplicação rende 15% sobre o capital investido. Sobre o rendimento é cobrado um imposto de 0,6%. Portanto o investidor recebe líquido _____% sobre o capital investido.

10) 15% dos habitantes de uma cidade são contaminados por um vírus. Dos contaminados 8% morreram. Qual o percentual de habitantes da cidade que morreu?

FIXAÇÃO:

30% de 40%

40% de 60%

30% de 60% de 90%

11) Um fundo rende 40% sobre o capital investido mas cobra 2% sobre os rendimentos a título de comissão. Então o investidor recebe líquido de juros __ __ __% do capital investido.

Respostas:

1) 5.000; 2) 270.000; 3)D; 4)37,5; 5) C; 7) E

LUCRO, PREJUÍZO E IMPOSTOS

1) O preço de etiqueta de um produto é P. Para pagamento à vista, há um desconto de 10% sobre o preço de etiqueta. Nesse caso o comerciante ainda teria um lucro bruto de 20% sobre o PC. Se o preço de custo é R\$ 30, qual o preço de etiqueta P?

2) Um produto é vendido por um preço PV. Sobre o PV incide um imposto de 20%. Pagando esse imposto ainda sobra para o comerciante um valor 20% superior ao preço de custo. Nesse caso podemos afirmar que o PV é quanto por cento superior ao PC?

3) Um comerciante deseja obter um lucro bruto de 64% sobre o PC de uma mercadoria, já descontado o imposto de 18% sobre o PV. Podemos dizer que o imposto entre o preço de venda PV. Podemos dizer que a relação entre o preço de venda PV e o preço de custo PC é expressa pela relação:

A) $PV = 1,64 PC$

B) $PV = 2 PC$

C) $PV = 1,46 PC$

D) $PV = 1,64 PC - 0,82 PV$

E) $PV = 0,54 PC$

4) (RECEITA FEDERAL) Pedro comprou diretamente da fábrica um conjunto de sofás pagando R\$ 322.000,00 incluindo imposto. Se a alíquota do imposto é de 15% “ad valorem”, o valor do imposto foi de:

- A) R\$ 40.000,00
- B) R\$ 42.000,00
- C) R\$ 45.000,00
- D) R\$ 46.000,00
- E) R\$ 48.000,00

POTÊNCIAS

ELEMENTOS DE UMA POTÊNCIA

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{\text{fatores}} = a^5$$

↖ expoente
↙ base

A potência existe para simplificar a multiplicação.

Exemplos: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$(1/3)^3 = 1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3 = 1/27$

PROPRIEDADES OPERATÓRIAS

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

CUIDADO: $(2^3)^2 = 2^6 = 64$

$2^{3^2} = 2^9 = 512$

4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

5) $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

ATENÇÃO

$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

Mas

$(a + b)^2$ NÃO é $a^2 + b^2$

$(a - b)^2$ NÃO é $a^2 - b^2$

PRODUTOS NOTÁVEIS

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exemplos:

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exemplos:

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

Exemplos:

EXPOENTE NEGATIVO

$$\frac{3}{4}^{-1} =$$

$$2^{-2} =$$

$$2^{-3} =$$

$$5^{-1} =$$

$$\frac{6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^2} =$$

$$\frac{8 \times 10^5}{2 \times 10^{-4}} =$$

EXPOENTE ZERO

Todo número real elevado ao expoente zero é igual a um.

$$2^0 =$$

$$(-3)^0 =$$

$$\frac{3}{7}^0 =$$

$$(\quad)^0 =$$

$$e^0 =$$

$$(\sqrt{3})^0 =$$

$$2^2 - 2^0 =$$

EXPOENTE FRACIONÁRIO

Toda potência de expoente fracionário se transforma em um RADICAL.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$x^{3/5} =$$

$$x^{1/2} =$$

$$x^{1/3} =$$

BASE NEGATIVA

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-1)^{1001} =$$

$$(-1)^{2002} =$$

BASE NEGATIVA e EXPOENTE PAR
BASE NEGATIVA e EXPOENTE IMPAR

RESULTADO POSITIVO
RESULTADO NEGATIVO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. $(-2)^3 - 2^4 =$

02. Simplificando $2^{-1} + 5^{-1}$, obtemos

- A) 7^{-1} B) 7^{-2} C) $1/7$ D) $2/7$ E) $7/10$

03. A expressão $5^{x+2} \cdot 5^{x-2}$ é igual a:

- A) 5^x B) 5^{x^2-4} C) 1 D) 25^x

Gabarito

01. -24 02. E 03. D



POTÊNCIA

Resolva os seguinte exercícios:

$$a) a^6 \cdot a^{-2} \cdot a^{-4} =$$

$$b) (a^3)^2 \cdot a^6 \cdot a^{-1} =$$

$$c) 2^{\frac{1}{-6}} =$$

$$d) -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$$

$$e) -(-2)^3 =$$

$$f) (-5)^0 =$$

$$g) \frac{8 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-2}} =$$

$$h) \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} =$$

$$i) \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$j) -3^0 \cdot 3^2 =$$

$$\frac{\frac{2}{5} + \left(\frac{1}{2} \cdot 2^{-1}\right) \div \sqrt{\frac{1}{16}}}{\frac{1}{5^0} \cdot 8^{\frac{2}{3}}} =$$

$$k) \frac{1}{5^0} \cdot 8^{\frac{2}{3}}$$

$$l) \frac{a}{a-b} \div \frac{b}{b-a} =$$

2) Se $a > 0$ e $X \in \mathbb{R}$, então:

$$I) a^{-x} = -a^x$$

$$II) \sqrt[x]{a} = a^{\frac{1}{x}}$$

$$\text{III) } a^{\frac{1}{2x}} = a^{\frac{x}{2-1}}$$

3) O valor de : $[(-a)^3]^4 - (-a^2)$

a) -1

b) a^2

c) $-a^2$

d) $(a)^2$

e) $+1$

4) O valor de $\frac{a^2 - 2b}{c}$ para $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{2}$ e $c = 11$

a) 4

b) $-\frac{13}{44}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $-\frac{1}{4}$

e) $-\frac{121}{4}$

5) A expressão $x^{\frac{1}{2}} - y^2$ para $x = \frac{1}{4}$ e $y = 2$, vale:

a) $-\frac{1}{4}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{7}{4}$

e) $-\frac{12}{14}$

6) O valor da expressão: $(-1)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0^2 + (-2)^0 - 4^{-1}$ é igual:

a) 2

b) $\frac{17}{4}$

c) $\frac{9}{4}$

d) $-\frac{9}{4}$

7) A expressão $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$ é igual:

a) $\frac{1}{2}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) $2\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) 2

8) A expressão $\frac{2^{n+3} \cdot 2 - 2^{n-1} \cdot 7}{5 \cdot 2^{n-4}}$ é igual a:

a) 40

b) 30

c) $\frac{5}{8}$

d) $\frac{7}{5}$

e) -2^{-6}

9) Sabendo-se que n é um número par e que a é real e não nulo, a expressão $\frac{a^n + (-a)^n}{2a^{2n}}$ pode ser escrita:

a) a^n

b) a^{-n}

c) a^{2n}

d) 0

e) 1

Espaço para desenvolver as questões:

Gabarito:

1:

A) 1

B) a^{11} C) 2^6 D) $-\frac{9}{16}$

E) +8

F) 1

G) $4 \cdot 10^5$ H) $\frac{4}{9}$ I) $\frac{4}{3}$

J) -9

K) $\frac{7}{20}$ L) $\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}$

2) I,(falsa);II,V;III,F.

3) C

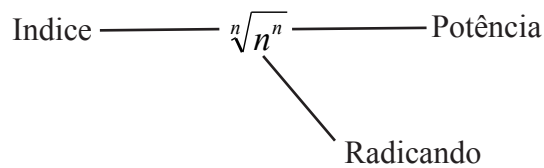
4) D

5) D

7) A

8) E

RADICAIS



Propriedades operatórias:

$$1) \boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$$

$$A) \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$$

$$B) \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4} =$$

$$C) \sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8} =$$

$$2) \boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}}$$

$$A) \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$$

$$B) \sqrt[3]{54} \div \sqrt[3]{2} =$$

$$C) \sqrt[3]{500} \div \sqrt[3]{4} =$$

3) CUIDADO:

$$\boxed{\sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ NÃO É } \sqrt{a+b}}$$

$$\sqrt{9+4} \text{ NÃO É } \sqrt{9} + \sqrt{4}$$

$$\boxed{\sqrt{a} - \sqrt{b} \text{ NÃO É } \sqrt{a-b}}$$

$$\sqrt{25-16} \text{ NÃO É } \sqrt{25} - \sqrt{16}$$

$$4) \boxed{\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot n]{a}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}} = \sqrt[30]{x}$$

$$5) \boxed{n\sqrt{a^x} = \sqrt[n \cdot p]{a^{x \cdot p}}}$$

$$a) \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[30]{x^{20}}$$

$$b) \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

$$6) \boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$

$$a) \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$$

$$b) \sqrt[7]{x^3} \cdot \sqrt{x} = x^{\frac{3}{7}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

$$7) \boxed{\sqrt[0]{1} = 1 \quad \sqrt[0]{0} = 0}$$

$$\boxed{\sqrt{-1} = i \text{ NÃO É REAL}}$$

RAIZ INDICE PAR DE NÚMERO NEGATIVO NÃO EXISTE EM R

RAIZ INDECE IMPAR DE NÚMEROS NEGATIVOS EM R

$$a) \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$b) \sqrt[3]{-27} =$$

OPERAÇÕES COM RADICAIS**SIMPLIFICAÇÃO**

Um radicando pode sair de dentro da raiz dividindo seu expoente pelo índice da raiz.

$$a) \sqrt[3]{x^2 \cdot y^6 \cdot x^{12}} = xy^2z^4\sqrt[3]{x}$$

$$b) \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{x^3 \cdot x} = x\sqrt[3]{x}$$

$$c) 7\sqrt{x^{52}} = \sqrt[7]{x^{49} \cdot x^3} = x^7 \cdot \sqrt[7]{x^3} \sqrt{8} =$$

$$d) \sqrt{8} =$$

$$e) \sqrt{12} =$$

$$f) \sqrt{20} =$$

$$g) \sqrt{18} =$$

$$h) \sqrt[3]{16x^2 \cdot y^3} =$$

$$i) \sqrt[4]{1^5} =$$

SOMA E SUBTRAÇÃO

Só podemos somar e subtrair RADICAIS SEMELHANTES

$$a) 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$b) 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$$

$$c) \sqrt{4} - \sqrt{36} + 1 =$$

d) $\sqrt[3]{2} - \sqrt{2} =$

e) $\sqrt{125} - \sqrt{5} =$

f) $\sqrt{3} - \sqrt{2} =$

g) $\sqrt{18} - \sqrt{32} =$

h) $\sqrt{75} + \sqrt{243} =$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

| RADICAIS DE MESMO INDICE | RADICAIS DE INDICES DIFERENTES | |
|---|---|--|
| Opera-se de acordo com a propriedade $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$ | COM RADICANDO IGUAL $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} =$ Transformamos em potencia de expoente fracionário $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1+1}{2 \cdot 3}}$ | COM RADICANDO DIFERENTE $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3} =$ Tiramos o MMC entre os índices e usamos a 5ª propriedade: $\sqrt[12]{a^{2 \cdot 4}} \cdot \sqrt[4 \cdot 3]{b^{3 \cdot 3}} = \sqrt[12]{a^8 \cdot b^9}$ |

Exercícios:

A) $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}$

B) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{3} =$

C) $\sqrt{2 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}$

D) $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}) + \sqrt{3} =$

E) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{x} =$

F) $\sqrt{3 + \sqrt{2} + \sqrt{2}} =$

RACIONALIZAÇÃO:

$$1^{\circ} \text{ Tipo } \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{10}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{12}{\sqrt{3}}$

$$2^{\circ} \text{ Tipo } \frac{a}{\sqrt[8]{b^3}} = \frac{a}{\sqrt[8]{b^3}} \cdot \frac{\sqrt[8]{b^3}}{\sqrt[8]{b^3}} = \frac{a \cdot \sqrt[8]{b^3}}{\sqrt[8]{b^3}}$$

IDEIA CENTRAL cortar o expoente com o índice da raiz

A) $\frac{2}{\sqrt[9]{2^3}}$ B) $\frac{5}{\sqrt[3]{x^2}}$

1° Tipo – Multiplicamos pelo conjugado

$$\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \cdot \frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a \cdot (\sqrt{b} + \sqrt{c})}{a + b}$$

TESTES

1) Resolva:

a) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} =$

b) $\frac{x}{\sqrt{x} + y} =$

c) $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{12}} =$

d) $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{8} - \sqrt{2}} =$

e) $\frac{a+b}{\sqrt{a+b}} =$

f) $\frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} =$

2) Para o $a > b$, a expressão $\frac{a \cdot b}{\sqrt[3]{a+b}}$ é equivalente a:

a) $\sqrt[3]{(a+b)^2}$

b) $\sqrt[9]{a+b}$

c) $(a+b)\sqrt[9]{a+b}$

d) $\frac{\sqrt{a+b}}{a+b}$

e) $\frac{\sqrt[3]{(a+b)^2}}{a+b}$

3) O valor de $\sqrt{\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{6}}}$ é:

a) $\sqrt[3]{6}$

b) $\sqrt[6]{6}$

c) $\sqrt[12]{6}$

d) $\sqrt[3]{\frac{1}{6}}$

e) $\sqrt[6]{\frac{1}{6}}$

4) A expressão $\sqrt{\frac{x}{y} \sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$ é igual:

a) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$

b) $\sqrt[6]{\frac{x}{y}}$

c) $\sqrt[3]{xy}$

d) $\sqrt[6]{\frac{y}{x}}$

e) $\sqrt{\frac{x}{y}}$

Espaço para desenvolver as questões:

Gabarito:

1) D) 3

E) $(a + b)^{\frac{1}{2}}$

2) A

3) C

4) A

5) A